

Université de Montréal

Transfert de 2-D en 3-D de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter

par
Eva Knoll

Faculté de l'Aménagement

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences appliquées (M.Sc.A.)
en Aménagement avec option en innovations informatiques et informatiques

Avril 1997

©Eva Knoll, 1997

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé

Transfert de 2-D en 3-D de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter

présenté par:

Eva Knoll

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

.....

Mémoire accepté le:.....

Sommaire

Le parallèle entre les structures des mondes 2-D et 3-D est un concept qui a depuis longtemps été pris pour acquis. La question peut se poser, pourtant, sur la façon dont cela se traduit dans le monde pratique, particulièrement dans le domaine de la conception formelle. En effet, quelle forme pourront rendre le ou les objets 3-D régis par les mêmes relations dans l'espace qu'obéit un objet 2-D dans son propre environnement. La réponse à cette question, bien sûr, dépendra de la nature des objets observés. Par ailleurs, une façon assez certaine d'assurer l'équivalence des deux objets observés (l'un dans le plan, l'autre dans l'espace), est de partir de l'un de ces objets et d'en dériver la structure de l'autre. Il s'agit donc de partir d'un objet existant à la structure connue (dans ce cas-ci en 2-D), d'en déduire les règles formelles géométriques, puis, grâce à celles-ci, de créer un nouvel objet, cette fois dans l'espace.

Cette transposition, en principe, peut s'effectuer sur une entité géométrique quelconque, mais pour les besoins de la recherche, il a été décidé qu'un système de remplissage périodique du plan aurait simultanément une simplicité et une complexité suffisante pour l'exercice.

Pour assurer l'applicabilité générale du résultat, de plus, la méthode de transfert ainsi développée sera testée sur un système analogue débuté par Wilhelm Ostwald et complété aussi bien qu'illustré par Hans Hinterreiter dans son oeuvre graphique.

Le premier système géométrique sert donc à déterminer la méthode de transfert de 2-D en 3-D, et le deuxième à tester la validité du résultat. Ce processus présente toute fois des limitations quant aux conclusions que l'on peut en tirer. En effet, le test d'une méthode sur un seul système différent de l'original ne prouve en aucune façon la validité générale de ladite méthode. Cela est vrai dans ce cas-ci d'autant plus que les deux systèmes utilisés possèdent de nombreux points en commun qui pourraient facilement être des conditions nécessaires pour le succès de l'opération.

Dans le premier système, par exemple la trame carrée détermine la structure sous-jacente. Cette structure est facilement répliquable en 3-D puisque la trame cubique est possible. Mais qu'arriverait-il dans le cas d'une trame triangulaire dans le plan (trame qui est aussi régulière que la première). Dans le cas du système de Hans Hinter-

reiter, par ailleurs, une trame carrée (pour déformé qu'elle soit) sert de sujet. Encore une fois, le problème a été évité. Il faudrait donc continuer l'exploration plus avant pour déterminer la généralisabilité réelle de la méthode.

Une différence majeure est pourtant à noter entre les deux transformations qui prennent place. En effet, dans le premier cas, le point de départ de l'opération est déjà un système de contraintes articulées, alors que dans le cas de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter, le point de départ est un exemple spécifique. Cela est juste dans la mesure où le deuxième est un exemple de résultat, alors que le premier est un sujet servant au développement d'un système. Cette situation présente toutefois une dichotomie intéressante. En effet, le premier système utilisé détermine un système inclusif aux solutions multiples sinon infinies autant au départ (en 2-D) qu'à l'arrivée (en 3-D), alors que le deuxième système part d'une solution unique dont les contraintes doivent d'abord être extraites. Cela veut donc dire que le résultat du transfert produit dans le premier cas un nouvel ensemble de contraintes qui pourront servir à déterminer des objets équivalents, et que dans le deuxième cas le résultat devra être un objet équivalent à l'objet de départ.

Malgré ces limitations issues des similitudes et différences entre les deux systèmes, ce projet aura permis de débiter une exploration des qualités relatives des mondes 2-D et 3-D tels que nous les concevons.

Table des matières

	Sommaire	page 3
	Index des tableaux	page 7
	Index des illustrations	page 8
	Dédicace	page 10
Partie I: Introduction, contexte et antécédents		
1.0	Introduction	page 11
1.1	Explication du titre, définition du sujet	page 12
1.2	Méthodologie	page 14
1.3	Plan du travail	page 15
2.0	Contextes historiques et idéologiques	page 16
2.1	Contexte culturel et historique de l'oeuvre de Hinterreiter	page 17
2.2	Biographie de Hans Hinterreiter	page 23
3.0	Antécédents théoriques	page 25
3.1	Pavage 2-D	page 26
3.2	Passage de 2-D en 3-D	page 32
3.3	Géométrie projective	page 34
4.0	Système de pavage modèle	page 36
4.1	Contraintes de vocabulaire et de syntaxe	page 37
4.2	Transposition de 2-D en 3-D	page 39
4.3	Résultats	page 43
Partie II: l'Opus 84 de Hans Hinterreiter		
5.0	L'Opus 84	page 45
6.0	Opus 84, vocabulaire et syntaxe	page 53
6.1	Contraintes de vocabulaire et de syntaxe	page 54
6.2	Transposition de 2-D en 3-D	page 57
6.3	Résultats	page 70
7.0	Opus 84, déformations	page 79
7.1	Contraintes de déformation	page 80
7.2	Transposition de 2-D en 3-D et résultats	page 82

Partie III: Conclusion

8.0	Discussion	page 84
9.0	Conclusion et commentaires généraux	page 87
Annexes		
1	Symétries du cube	page 94
2	Vocabulaire de référence	page 96
	Bibliographie	page 99
	Source des illustrations	page 102
	Remerciements	page 103

Index des tableaux

Tableau I	Équivalences 2-D/3-D	page 33
Tableau II	Contraintes affines et métriques en 2-D et 3-D	pages 57-58
Tableau III	Variantes des configurations combinées	pages 71-73
Tableau IV	Contraintes de déformation en 2-D et 3-D	page 82

Index des figures

Figure 1	L'Opus 84 de Hans Hinterreiter.....	Page 12
Figure 2	Monde impossible de M.C.Escher.....	Page 22
Figure 3	Exemples de tuiles d'après Conway.....	Page 27
Figure 4	Escher No. 67, Cavaliers, M.C. Escher, 1967, 213x214 mm.....	Page 28
Figure 5	Escher No. 42, Coquillages et étoiles de mer, M.C. Escher, 1941, 244x239 mm.....	Page 28
Figure 6	Escher No. 64, Feuillage, M.C. Escher, 1944, 276x205 mm.....	Page 29
Figure 7	28 types de symétrie de Heesch.....	Page 30
Figure 8	Monotuile aperiodique par Voderberg.....	Page 31
Figure 9	Configurations projectivement équivalentes.....	Page 35
Figure 10	Vocabulaire du système modèle et exemple de résolution.....	Page 37
Figure 11	Exemples de motifs selon le système modèle.....	Page 38
Figure 12	Vocabulaire de base pour transposition, et exemple d'usage.....	Page 39
Figure 13	91 éléments du vocabulaire tridimensionnel du système modèle.....	Page 40
Figure 14	Éléments F2 et G2.....	Page 43
Figure 15	Exemple de remplissage de l'espace selon le système modèle, élément seul, vue de haut.....	Page 44
Figure 16	Exemple de remplissage de l'espace selon le système modèle, élément seul, vue d'en bas.....	Page 44
Figure 17	Exemple de remplissage de l'espace selon le système modèle, assemblage.....	Page 44
Figure 18	L'Opus 84 de Hans Hinterreiter.....	Page 45
Figure 19	Diagramme de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter.....	Page 46
Figure 20	Transmutation de l'Opus 84 sur une trame orthogonale régulière.....	Page 48
Figure 21	Configuration des quadrilatères de l'Opus 84.....	Page 48
Figure 22	carré de base de l'Opus 84 seul.....	Page 49
Figure 23	cube de base.....	Page 50
Figure 24	carré de base de l'Opus 84 seul.....	Page 54
Figure 25	configuration affine de l'Opus 84.....	Page 55
Figure 26	unité de 'pavage du plan'.....	Page 56

Figure 27	configuration affine de l'Opus 84.....	Page 59
Figure 28	variante DDD, divers points de vue.....	Page 61
Figure 29	configuration du type DDZ.....	Page 62
Figure 30	variante DDZ avec point flottant additionnel.....	Page 63
Figure 31	variante DZZ avec points flottants liés.....	Page 63
Figure 32	variante DZZ avec points flottants non-liés.....	Page 64
Figure 33	variante DZS avec points flottants liés.....	Page 64
Figure 34	variante DZS avec points flottants non-liés.....	Page 65
Figure 35	variante DSZ avec points flottants liés.....	Page 65
Figure 36	variante DSZ avec points flottants non-liés.....	Page 66
Figure 37	variante ZZZ avec points flottants liés.....	Page 66
Figure 38	variante ZZZ avec points flottants non-liés.....	Page 67
Figure 39	variante ZZS avec points flottants liés.....	Page 67
Figure 40	variante ZZS avec points flottants non-liés.....	Page 68
Figure 41	vocabulaire 3-D selon l'Opus 84 de Hans Hinterreiter	Page 69
Figure 42	Deux configurations non-équivalentes.....	Page 71
Figure 43	Configuration numéro 1, vues diverses.....	Page 74
Figure 44	Configuration numéro 3, vues diverses.....	Page 75
Figure 45	Configuration numéro 57, vues diverses.....	Page 76
Figure 46	Configuration numéro 59, vues diverses.....	Page 76
Figure 47	Combinaison du polyèdre composé selon les contraintes affine de l'Opus 84	Page 78
Figure 48	Configuration de déformation de l'Opus 84.....	Page 80
Figure 49	Trame de déformation résultante de la transposition.....	Page 83
Figure 50	Axe de symétrie de la configuration de déformation.....	Page 84
Figure 51	Configuration numéro 1: vues diverses.....	Page 85
Figure 52	Configuration numéro 3, vues diverses.....	Page 85
Figure 53	Configuration numéro 57, vues diverses.....	Page 86
Figure 54	Configuration numéro 59, vues diverses.....	Page 86
Figure 55	Les trois trames régulières 2-D et leurs équivalents 3-D	Page 90

Dédicace

Je dédie le présent travail à trois personnes, qui par leur esprit, et par l'influence qu'ils ont sur mon développement, ont contribué à la forme qu'a prise ma recherche esthétique.

Tout d'abord, je tiens à mentionner Willy Knoll, mon grand père paternel, qui du plus profond de mes souvenirs, m'a encouragé à poursuivre mes expériences géométriques et artistique, m'aidant notamment avec la réalisabilité physique de mes idées les plus folles.

Ensuite, je voudrais citer ci l'encouragement de Ralph Baenziger, architecte à Zürich, qui a compris que mon esprit créateur pourrait trouver sa réalisation dans un domaine autre que le sien, et qui par là me donna l'élan nécessaire.

Finalement, je dédie cette recherche à Roger Tobie, de Princeton au New Jersey, qui au premier coup d'oeil, me reconnut.

Partie I: Introduction, contexte et antécédents

1.0 Introduction

L'architecture telle qu'elle est pratiquée aujourd'hui comporte une dichotomie importante. En effet, du fait de la séparation temporelle entre sa conception et son exécution, il a été possible, sinon nécessaire, d'introduire un mode de communication entre les deux groupes de personnes chargées des deux phases du travail. Ce mode de communication, malgré la nature tridimensionnelle du produit final, a été développé essentiellement sous forme de dessins, et donc bidimensionnellement.

Le concepteur a donc dû développer son projet selon deux modes de pensée simultanés. En effet, il doit en même temps résoudre la problématique de la composition dans l'espace, et savoir représenter cette solution en deux dimensions sur une feuille de papier. Malgré la séparation assez nette de ces deux composantes, elles sont souvent mêlées dans le milieu de l'enseignement pour se transformer, depuis la communication 2-D de solutions de composition 3-D, en composition 2-D. Pour corriger cette situation, l'idéal serait de redonner son poids à la composition 3-D, et une méthode possible pour ce changement est celle appliquée dans la présente recherche, c'est-à-dire de déterminer le parallèle qui existe entre les univers 2-D et 3-D grâce à la transposition d'une composition 2-D en son équivalent dans l'espace.

1.1 Définition du sujet

La meilleure façon de définir le sujet de ce mémoire est sans doute de commencer par le titre. Qu'est-il entendu par «Le transfert de deux en trois dimensions du système de contraintes géométriques de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter»? Le transfert en question signifie un changement de cadre de référence. Dans le cas présent il s'agit du monde du plan, et celui de l'espace. Les contraintes géométriques sont les règles et les déterminants qui régissent l'univers observé, et qui sont suffisant pour permettre la réplique de la structure du sujet. L'Opus 84 de Hans Hinterreiter (1902-1992) est une oeuvre peinte de 82 centimètres de diamètre datant de 1943 et retravaillée en 1967 (figure 1). Cette peinture a été développée à partir d'une structure géométrique et chromatique suffisamment rigide pour être interprétée en un ensemble de règles fixes. Celles-ci seront désignées comme le système de contraintes de l'Opus 84. Ce système est applicable au monde bidimensionnel et sera réinterprété afin de déterminer la composition géométrique d'un objet existant dans un monde à trois dimensions. Cet objet résultant sera donc l'équivalent dans l'espace de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter dans le monde du plan.



Figure 1
L'Opus 84 de Hans Hinterreiter

Il s'agit donc de partir d'un objet existant dans un monde à deux dimensions, d'en disséquer les composantes en contraintes distinctes, de réinterpréter celles-ci dans un monde tridimensionnel de structure similaire au monde de départ, et finalement, de déduire la composition d'un nouvel objet dans l'espace.

Il est extrêmement important de souligner quelques faits à propos de cette recherche. Il ne s'agit PAS d'étudier les lois de la perspective puisque nous ne cherchons pas à représenter le monde de l'espace sur une feuille de papier. Il ne s'agit pas non plus de modéliser un objet à partir d'information 2-D donnée. Finalement, l'idée n'est pas de modéliser en trois dimensions un objet à dimension supérieure. Le principe de base est de développer un objet tridimensionnel dans son univers propre dont les relations avec celui-ci sont les mêmes que les relations internes de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter avec le plan. Une étude du monde tridimensionnel sera effectuée pour comparer celui-ci au plan, et la méthode consiste en une transposition d'un objet complexe d'un monde à l'autre. L'idée directrice est de déterminer la validité de la méthode utilisée par une comparaison de ses points de départ et d'arrivée.

1.2 Méthodologie

Comme cela a été cité dans la section 1.1, l'hypothèse de départ suggère donc l'existence d'une solution au transfert dans l'espace des contraintes géométriques de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter. Le succès de ce test démontrerait une certaine validité générale de cette méthode de transfert, puisqu'elle est appliquée à un système de départ essentiellement différent de celui qui aura servi pour son développement. La généralisabilité d'une méthode de travail est la conséquence de l'hypothèse de départ. La validité de ce concept dépend du succès de l'application de la méthode de transfert sur les contraintes de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter.

Le concept principal dont est constituée l'hypothèse est la transférabilité des contraintes géométriques de l'Opus 84. Cela veut dire que certaines dimensions mesurables de l'Opus 84 se retrouvent dans le résultat. Celles-ci comprennent entre autre la complexité structurelle relative de l'Opus 84 et de l'objet résultant, ainsi que d'autres propriétés géométriques qui seront définies plus en détail au cours du travail. Ces propriétés devront par ailleurs être mesurées grâce à des indices précis qui seront présentés comme contraintes géométriques dont dépendra la validité des solutions possibles.

Il est bien entendu qu'il ne s'agit pas ici d'une étude exhaustive pour l'obtention d'un résultat universel. Cette recherche constitue plutôt une étude de cas permettant de donner un indice de la généralisabilité de la méthode de transfert développée.

1.3 Plan du travail

Le sujet de ce mémoire étant complexe comme il l'est, il devient primordial d'essayer d'ordonner les thèmes étudiés de manière à former un ensemble cohérent et pourvu d'une progression logique.

Le chapitre suivant devra principalement contenir le développement des contextes historiques et mathématique du sujet. En effet, puisqu'il s'agit d'un artiste, il est important de clarifier son idéologie de base et ses références et influences, ainsi que sa biographie. Un compte rendu des styles de l'époque et de leurs programmes permettra une vision plus réaliste de l'œuvre. Il serait intéressant aussi de faire une étude illustrée de quelques théories de pavage existantes à l'heure actuelle (inclusivement celles qui servent pour ces travaux) ainsi qu'une étude de la théorie de la géométrie projective, afin de les comparer à celles utilisées par Hans Hinterreiter.

Dans un deuxième temps, le mémoire se concentrera sur la méthode envisagée pour le transfert de deux à trois dimensions. Il devra y avoir aussi une section décrivant le système modèle qui aura servi à développer la méthode de transfert qui sera testée.

La section suivante devra comprendre la description des exemples d'interprétation obtenus de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter en trois dimensions et le raisonnement amenant à ces résultats.

En conclusion, je ferai une critique de la procédure, particulièrement en ce qui en regarde l'efficacité. Cette discussion comprendra entre autres une mise en contexte par rapport au milieu scientifique, à la faculté de l'aménagement et à mon contexte personnel.

2.0 Contexte historique et idéologique

Pour rendre la présente recherche plus complète, il est important d'inclure une discussion, aussi courte soit-elle, du contexte idéologique et historique de l'oeuvre sous étude. Ce thème est abordé dans le présent chapitre de deux façons. Tout d'abord seront étudiés les mouvements du milieu des arts qui ont mené au style de l'oeuvre de Hans Hinterreiter. Pour cela, il est nécessaire de suivre un itinéraire qui débute il y a plus d'un siècle. La révolution, dans le domaine des arts qui commença à cette époque a non seulement des répercussions jusqu'aujourd'hui aussi bien dans l'appréciation que dans la création de l'art, elle mena aussi notre société vers un état dans lequel l'oeuvre de Hans Hinterreiter peut être créée et appréciée.

Dans un deuxième temps, une courte biographie du peintre sera présentée afin de donner une meilleure idée de son contexte personnel.

Le contenu de ce chapitre n'a pas de conséquences directes par rapport au raisonnement central, mais sert plutôt de mise en perspective générale.

2.1 Contexte Culturel et Historique de l'oeuvre de Hinterreiter

Pour faire un compte-rendu systématique des développements de l'art ayant influencé Hans Hinterreiter, il faut remonter au moins jusqu'à la deuxième partie du XIXe siècle. Avant cette époque, l'effort des artistes se concentrait encore sur la reproduction la plus fidèle possible de la réalité visible. Par la suite, de plus en plus d'artistes commencèrent délibérément de s'éloigner de cet idéal de réalisme. C'était le début de l'art moderne. Les artistes de cette première vague se donnèrent pour but de représenter la réalité invisible, depuis les émotions et les impressions dérivées des sujets représentés, jusqu'aux idées pouvant être symbolisées par la combinaison et la juxtaposition des objets et des êtres. L'effort artistique n'était donc plus concentré sur le narratif ou le descriptif, mais portait plutôt sur l'interprétatif, et les façons dont il pouvait être manipulé.

Au début du XXe siècle, deux tendances opposées se développèrent au sein du mouvement moderne. Toutes deux abandonnèrent complètement le monde visible pour se concentrer sur une réalité différente. D'une part il y eût les surréalistes qui cherchèrent dorénavant à représenter le monde du rêve. Ils utilisèrent pour cela un vocabulaire encore objectif, mais utilisant une syntaxe nouvelle imitant les lois «naturelles» du monde du rêve. Par vocabulaire objectif, il est entendu une palette d'objets et de sujets reconnaissables inspirés de la réalité visible connue. La syntaxe suggérée par le monde du rêve n'est rien d'autres que les rapports et les connections entre les objets et les êtres tels qu'ils existent dans l'univers du sommeil. Les surréalistes ne s'éloignèrent donc de l'art réaliste que par la mise en scène et l'interprétation des relations à l'intérieur d'une oeuvre. D'autres artistes, au début surtout en Russie, en Hollande et en Allemagne, tentèrent de créer un art sans sujet, dans lequel l'artiste renonce délibérément à tout but de représentation ou même d'interprétation plus ou moins symbolique de la réalité.¹ À partir de 1910, Kandinsky et ses collègues se dirigèrent de plus en plus résolument vers ce que nous appelons aujourd'hui l'art abstrait ou non-objectif. Celui-ci est identifié comme la représentation du monde de la pensée pure, par contraste avec le monde na-

¹ George Rickey, *Constructivism, Origins and Evolution*.

turel et réel.² Ils utilisèrent pour cela un vocabulaire de couleurs et de formes qu'ils n'empruntaient pas à la réalité visible naturelle. Ce n'est pas la première fois dans l'histoire de l'art, même européen, que ces formes abstraites étaient utilisées (voir les arts décoratifs traditionnels romains, grecs et celtes pour ne citer que ceux-là). C'est simplement le développement logique de l'art au XXe siècle, qui s'éloignait de plus en plus de l'art comme abstraction de la réalité jusqu'à son apogée dans la peinture de la renaissance avec le développement des lois de la perspective.³ En effet, l'art abstrait libère la peinture de ce qui en faisait un art d'imitation.⁴ Il est lui-même un art de représentation, mais d'un monde nouveau. Cela le place bien dans le contexte socio-politique du début du siècle, à l'époque de l'émergence des nouvelles conceptions de la société en tant qu'entité propre. Certains participants de ce mouvement vont même jusqu'à rapprocher les deux idéologies; ils rejettent toute tradition afin de voir ce nouveau monde dans une lumière dépourvue de préjugés, et nient l'individualité de l'œuvre d'art en répudiant l'intuition, l'inspiration, et l'expression personnelle comme autant de véhicules de l'idéologie passée. Les constructivistes, comme ils se désignaient eux-mêmes, cherchaient à construire ce nouveau monde. Ils vont jusqu'à affirmer que l'art avait la fonction, à l'intérieur de la société d'un langage universel compréhensible pour tous.⁵ Ils espéraient ainsi réunir tous les membres de la société en un seul être qui s'élèverait toujours plus par sa culture. En 1937, Georg Schmidt, critique d'art et directeur du musée d'art appliqué de Bâle, en rapport avec l'exposition «Konstruktivisten» à la Kunsthalle de la même ville, affirme que:

released from its attachments to natural phenomena and bound to natural laws, this art gives the feeling and shaping mind, the creative imagination, the greatest possible freedom. (This art demands three things from the observer: constant refinement of the senses, serenity of spirit, and alertness of the mind. And to those who are willing to learn its language it returns these three things, the most precious that we can possess, with interest: refinement of the senses, serenity of spirit, and alertness of the mind.⁶

² Eckhard Neumann, *The Non-Objective World*.

³ George Rickey, *Constructivism, Origins and Evolution*

⁴ Dora Vallier, *L'art abstrait*, page 29.

⁵ *Equipo 57*, page 16.

⁶ Willy Rotzler, *Constructive concepts*, page 142.

L'œuvre abstraite de Hans Hinterreiter se distribue entre 1935 et 1985 environ. Elle fait partie de ce qu'on appelle l'art concret suisse. Max Bill (1908-1994) décrit l'art concret comme un art qui:

aus ihren eigenen Mitteln und Gesetzen entsteht, ohne diese aus äusseren Naturerscheinungen ableiten oder entlehnen zu müssen.[...] Durch die Formung nehmen die entstehenden Werke konkrete Form an, sie werden aus ihrer rein geistigen Existenz in Tatsache umgesetzt, sie werden zu Gegenstände, zu optischen und geistigen Gebrauchsgegenstände.⁷

La source principale de ces règles sera la mathématique, avec la géométrie, les progressions numériques, etc. Cela crée donc un ensemble d'œuvres très structurées et contrôlées. Le mouvement lui-même peut être considéré comme un développement indépendant du constructivisme, spécifiquement helvétique. Il se caractérise par un art

non-figuratif entièrement conçu avant son exécution, dont chacun des éléments plastiques,[...] est choisi et justifié en fonction de règles simples, établies la plupart du temps selon des lois mathématiques et physiques et s'appuyant souvent sur la *théorie de la forme*.⁸

Il reprend d'une certaine façon l'idée de Maurice Denis qui définissait le tableau comme «une surface plane recouverte de couleurs en un certain ordre assemblées»⁹, et encore plus précisément, trouve son inspiration presque exclusivement dans la pensée mathématique.

Les peintures abstraites de Hans Hinterreiter respectent les critères de reconnaissance de l'art concret suisse. En effet, il est entièrement rationalisable, avec toutes ses composantes formelles basées sur les mathématiques (dont la géométrie et la théorie des nombres et des séries) et la physique (par la théorie de la couleur). Il a donc, comme le veulent tous les représentants du mouvement constructiviste, créé un monde nouveau avec ses règles propres. Il a pourtant dit, se gardant la possibilité d'un développement ultérieur, que

les idées et les systèmes d'idées sont nécessaires si l'on est pour être créa-

⁷«naît de ses propres règles et moyens sans devoir les dériver ou les emprunter de phénomènes extérieurs naturels... Par l'acte de modélisation, les œuvres prennent une forme concrète, ils sont traduits de leur existence mentale en une réalité, ils deviennent des objets, avec un usage optique et spirituel.» Albrecht, H.J., et Koella, R., *Hans Hinterreiter*, page 11.

⁸*Art concret suisse, mémoire et progrès*, page 9.

⁹ Ibid.

tif à grande échelle, mais qu'il a réalisé le danger que même les plus attrayant des systèmes d'idées peuvent représenter si l'on s'y assujetti sans condition, sans soumettre continuellement sa pensée à chaque étape créatrice à l'observation sensible, et sans être prêt à tout moment à changer ses idées si elles ne correspondent plus à ses expériences.¹⁰

Cette clairvoyance de l'artiste lui permet d'éviter ce que l'usage systématique des mathématiques dans l'art peut avoir d'intransigeant.

Il est intéressant de noter à travers le développement de l'art abstrait un rapprochement de plus en plus net vers les méthodes et les prémisses de la composition musicale. Celle-ci n'utilise en effet que rarement des éléments de la réalité sonore naturelle. Déjà en 1910, dans son ouvrage «Du spirituel dans l'art», Wassily Kandinsky compare la peinture à la musique.

Depuis des siècles, observe-t-il, la musique est par excellence l'art qui exprime la vie spirituelle de l'artiste. Ses moyens ne lui servent jamais, en dehors de quelques cas exceptionnels où elle s'est écartée de son propre esprit, à reproduire la nature, mais à donner une vie propre aux sons musicaux.¹¹

Il affirme que la musique a atteint l'idéal de communication spirituelle auquel aspire tout artiste peintre ou sculpteur et que celui-ci envie la facilité du musicien à transcender la représentation réaliste dans son art. C'est par cet argument que Kandinsky justifie la recherche du rythme, de l'abstraction, de la construction mathématique et aussi la valeur attribuée à la répétition et à la combinaison des couleurs qui caractérise l'art dont il parle.¹² Cette dernière description s'applique particulièrement bien à l'œuvre de Hans Hinterreiter, démontrant clairement son appartenance au mouvement constructiviste dont il faisait partie. Elle correspond aussi à la description de Malévitch qui étudiait le point auquel la forme et la couleur, atteignant le degré d'absence idéal, révélaient la suprême présence (le suprématisme de Malévitch était justement cette recherche mystique de l'ultime émotion dans la peinture).¹³

Hans Hinterreiter, comme ses collègues, cherchait donc à représenter un monde nou-

¹⁰ Ibid, page 9.

¹¹ Dora Vallier, *L'art abstrait*, page 59.

¹² Ibid.

¹³ Ibid, pages 124 et suivantes.

veau avec ses lois propres. L'ensemble de l'œuvre de Hans Hinterreiter est bidimensionnel. Il faut que tout individu qui compte l'étudier décide s'il représente un monde qui a le même nombre de dimensions, ou s'il s'agit de nouveau d'une abstraction d'un monde de dimensions supérieures projetés sur une surface plane. Quoique certaines de ses peintures fassent penser à une perspective dessinée selon les règles développées durant la renaissance, d'admettre cette lecture, que nous faisons surtout parce que nous y avons été entraînés depuis le XVe siècle, équivaudrait au rejet de la philosophie propre de l'art constructiviste qui affirme que le sujet d'une peinture est uniquement sa forme même.¹⁴ L'art de Hans Hinterreiter n'est donc un illusionnisme d'aucune sorte, mais représente bien ce qu'il est, un monde plat qui est modulé et dont les régions ne s'équivalent pas. La difficulté, par le fait même que nous ayons appris à voir le monde d'une certaine manière (et cela nous permet de voir par exemple les mondes impossibles de M.C.Escher comme celui de la figure 2 en page suivante), est d'interpréter une œuvre pour ce qu'elle est. C'est pour cette raison que l'artiste américain Donald Judd, qui était à l'origine peintre, s'est tourné vers la sculpture afin d'éviter l'interprétation illusionniste.¹⁵ Prenant cela pour acquis, une traduction du système d'idées de Hans Hinterreiter en trois dimensions, créant un monde différent et inspiré seulement de celui du peintre, respecte clairement les paradigmes du mouvement constructiviste tel que décrit par le commentaire d'Antoine Pevsner et Naum Gabo, en 1920:

«Nous nions le volume comme expression spatiale. [...] L'espace peut autant être mesuré par un volume qu'un liquide pourrait l'être par un mètre linéaire.»¹⁶

Le monde que nous cherchons à décrire dans ce mémoire, avec son système d'idées et son organisation interne, fait écho à cette déclaration par l'introduction de l'élément de géométrie projective qui nie justement la réalité d'espace mesurable par le volume, en promulguant un espace immensurable parce qu'il est modulé plutôt que modulaire.

Cette description des mouvements de l'art moderne reste bien sûre assez sommaire, particulièrement pour deux raisons très simples. D'abord ce n'est après tout

¹⁴De la Croix, H., Tansey, R.G., *Gardner's Art through the Ages*, page 945.

¹⁵McCrorry Corporation, *Constructivism and the Geometric Tradition: selections from the McCrorry Corporation Collection*, page 84.

¹⁶Dora Vallier, *L'art abstrait*, page 163.

qu'une vision rétrospective, avec l'effet de raccourcissement que cela implique, surtout dans la séparation ou la réunion de styles sous un même nom. Puis, parmi toutes les voies prises par les artistes de ce siècle, seule celle qui abouti à l'oeuvre de Hans Hinterreiter a été explorée. Les autres, même si elles ont eu une influence décisive en général, ont été ignorées en faveur de mouvements liés plus directement à l'art concret de Hans Hinterreiter.

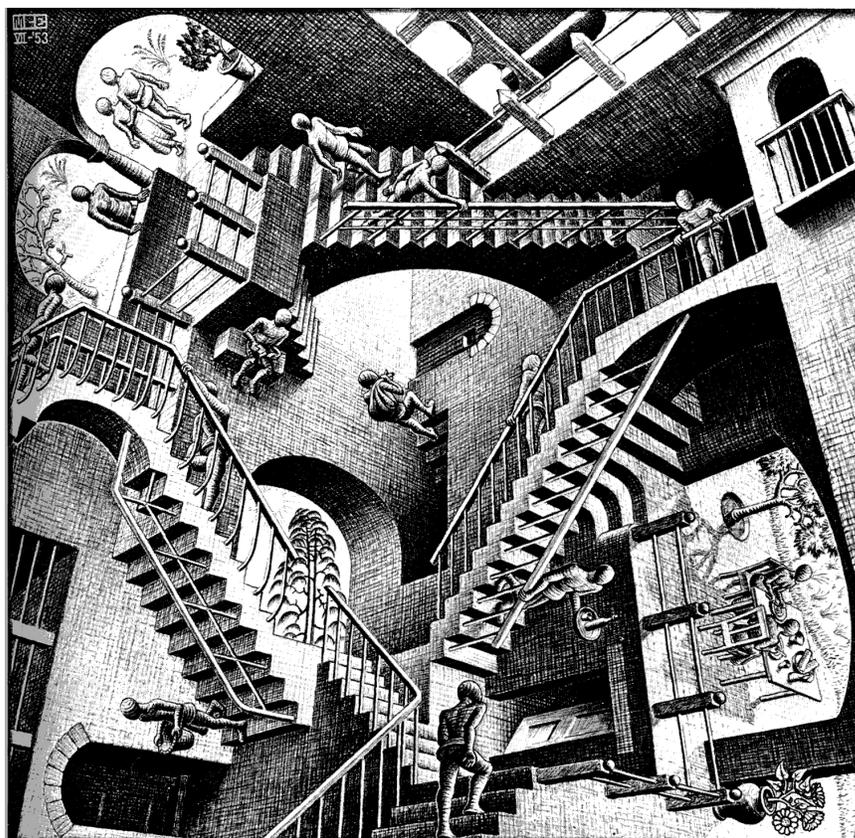


Figure 1
Monde impossible de M.C.Escher

2.2 Biographie de Hans Hinterreiter

Hans Hinterreiter n'est pas une figure très connue de la peinture abstraite internationale. En Suisse même, il est méconnu. Cela tient sans doute moins à la qualité et à l'importance de son œuvre qu'à sa personnalité timide et réservé et à son style de vie très retiré. Il était respecté de ses collègues. Max Bill, le fondateur du groupe auquel il appartenait était allé jusqu'à dire que

die konstruktive Logik, sowohl bezüglich Formenentwicklung als auch bezüglich Farbsystematik, ist bei Hans Hinterreiter in unerwartetem Reichtum und mit hervorragender Perfektion durchgeführt¹⁷.

Pourtant il restera toute sa vie un artiste à part qui travaillait seul et ne cherchait pas à faire activement partie d'un mouvement.

Hans Hinterreiter est né en 1902 à Winterthur près de Zurich, d'un père autrichien et d'une mère suisse. En 1920-21, il commence des études en mathématiques à l'université de Zurich, mais se transfère très tôt au département d'architecture de l'école polytechnique fédérale de la même ville où il termine en 1925. Pendant les années qui suivent, il travaille pour divers ateliers d'architecture à Aarau et Berne, en même temps qu'il étudie la peinture de paysage sous la tutelle de W. L. Lehmann, lui-même artiste peintre. Vers 1930, il découvre la théorie de la couleur développée par Wilhelm Ostwald, ce qui réoriente complètement son travail. Il se tourne résolument vers la peinture concrète, et commence à expérimenter avec la couleur et les formes géométriques. En 1934 Hinterreiter effectue un voyage en Espagne, où il est fortement impressionné par les ornements mauresques de l'Alhambra à la Grenade. En 1935 il s'installe de façon permanente dans l'île balnéaire d'Ibiza. Entre 1936 et 1939, il devra retourner en Suisse à cause de la guerre civile espagnole. À partir de 1938 il s'associera avec le groupe de Max Bill, les concrets zurichois, et exposera avec eux. De retour à Ibiza il achètera une ferme en 1953 et construira des maisons de vacances sur l'île. Pendant toute cette période, il continuera de travailler sur son système de développement de motifs sur le plan

¹⁷ «la logique constructive, dans son développement formel aussi bien que dans son usage systématique des couleurs, a été illustrée par Hans Hinterreiter avec une richesse inattendue et une perfection d'exécution hors lignes.» Albrecht, H.J., et Koella, R., *Hans Hinterreiter*, page 6.

et sur son œuvre peinte. En 1967 il publie à Barcelone une "Théorie des formes et des couleurs" et en 1973 il aura sa première exposition d'envergure au Kunstmuseum de Winterthur. En 1978, enfin, il publie à Zurich son œuvre théorique sous forme d'un facsimilé intitulé "Die Kunst der reiner Form".¹⁸

Malgré son appartenance (assez sporadique) à un mouvement reconnu de l'art abstrait, Hans Hinterreiter est un artiste dont la vision unique est extrêmement méconnue. Cet état de fait est particulièrement infortuné puisqu'il a vraiment poussé l'idée de l'art concret jusqu'à ses limites, et aurait donc pu avoir une influence plus grande auprès de ses successeurs.

¹⁸ Albrecht, H.J., et Koella, R., *Hans Hinterreiter*, page 163

6.3 Résultats

Dans la section précédente, nous sommes donc partis de deux variantes d'angle en 2-D (D et Z), qui se sont transformée en trois pour inclure la réflexion de la deuxième (D, Z et S). À partir de là, nous avons déterminé l'existence de 27 (3^3) variantes d'angle en 3-D, qui se simplifient en 7 une fois les variantes symétriques éliminées (DDD, DDZ, DZZ, DZS, DSZ, ZZZ et ZZS). L'introduction d'une contrainte additionnelle (les points flottants) nécessaire pour la réalisation physique des polyèdres en développement a porté ce total à 9.

Pour ne pas compliquer les choses plus avant, il est important de noter que par rapport à la distribution des polyèdres entre eux, les points flottants n'influencent pas la situation, même s'ils déterminent des variantes additionnelles. La variation des configurations à l'intérieur de chaque cube de base reste valide, mais pour les besoins de la démonstration, seuls les variantes dont les points flottants sont liés serviront pour illustrer les assemblages. Il est entendu qu'à tout moment, une version à points flottants non liés peut être substituée pour une à points liés équivalente. Ce raisonnement nous permet donc de ne chercher que les configurations contenant les polyèdres dont les points flottants sont liés entre eux.

Par ailleurs, il est utile, avant de s'aventurer dans la suite du raisonnement, de définir les positions relatives des quadrants entourant une extrémité donnée. Il a semblé favorable, pour cette situation, d'utiliser les directions géographiques. L'axe des X définit donc les directions est (+x) et ouest (-x); l'axe des Y, le haut (+y) et le bas (-y); et l'axe des Z définit les directions sud (+z) et nord (-z).

Il a été démontré au début de la section précédente que la configuration d'une variante d'angle déterminait la distribution des segments dans le reste du cube de base. Cela s'avère véridique jusqu'à un certain point seulement. En effet, il est notable que la variante d'angle 2-D de type D est symétrique à elle-même. Cela signifie qu'une variante d'angle 2-D peut correspondre à deux "tuiles" 2-D. Cette situation est illustrée dans la figure 42. Les deux exemples contiennent une variante d'angle 2-D de type D autour

du coin inférieur gauche, mais le reste de la configuration diffère. Ce fait a une conséquence directe sur la transposition en 3-D. En effet, cela signifie que partant du polyèdre partiel DDD pour déterminer le reste de la forme associée à ce coin (si nous cherchons à définir les polyèdres qui lui sont adjacents), il est possible de trouver plus d'une solutions.

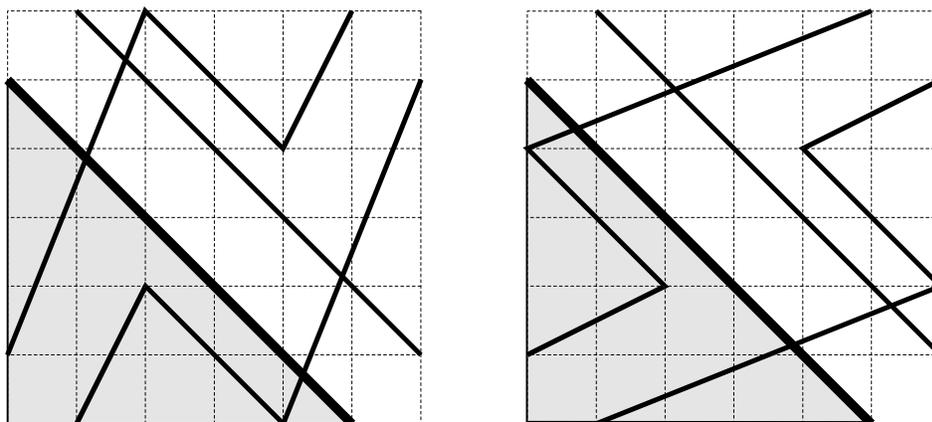


Figure 42:
deux configurations non-équivalentes

Le tableau qui suit présente toutes les variantes possibles. La première colonne sert à les énumérer. Les huit colonnes suivantes correspondent aux huit quadrants entourant une extrémité. Ceux-ci sont placés de façon à ce que chaque quadrant se trouve directement à côté de son opposé (qui est d'ailleurs sa réflexion par rapport à l'origine). La première colonne définit donc le quadrant EHS, c'est-à-dire Est-Haut-Sud, ou $-x,+y,+z$. La dixième et dernière colonne indique pour chaque variante la transformation (parmi les symétries du cube telles que définies à l'annexe 1) qu'il faut appliquer pour obtenir la variante au numéro indiqué dans la même colonne. Cela permet de voir que toutes les variantes se ramènent en réalité aux quatre configurations des cellules grises.

#	EHS	OBN	OHS	EBN	EBS	OHN	EHN	OBS	ESS
1	DDD	DDD	DZZ	DSS	ZDZ	SDS	ZZD	SSD	A1
2	DDD	DDD	DZS	DSZ	ZDS	SDZ	ZZD	SSD	A2
3	DDD	DDD	DSZ	DZS	ZDZ	SDS	ZSD	SZD	S2

4	DDD	DDD	DSS	DZZ	ZDS	SDZ	ZSD	SZD	O2
5	DDD	DDD	DZZ	DSS	SDZ	ZDS	SZD	ZSD	R2
6	DDD	DDD	DZS	DSZ	SDS	ZDZ	SZD	ZSD	Q2
7	DDD	DDD	DSZ	DZS	SDZ	ZDS	SSD	ZZD	B2
8	DDD	DDD	DSS	DZZ	SDS	ZDZ	SSD	ZZD	BI
9	DDZ	DDS	DZD	DSD	ZDD	SDD	ZZS	SSZ	A9
10	DDS	DDZ	DZD	DSD	ZDD	SDD	ZZZ	SSS	A10
11	DDZ	DDS	DSD	DZD	ZDD	SDD	ZSS	SZZ	N9
12	DDS	DDZ	DSD	DZD	ZDD	SDD	ZSZ	SZS	Y9
13	DDZ	DDS	DZD	DSD	SDD	ZDD	SZS	ZSZ	P9
14	DDS	DDZ	DZD	DSD	SDD	ZDD	SZZ	ZSS	X9
15	DDZ	DDS	DSD	DZD	SDD	ZDD	SSS	ZZZ	B10
16	DDS	DDZ	DSD	DZD	SDD	ZDD	SSZ	ZZS	M9
17	DZD	DSD	DDZ	DDS	ZSZ	SZS	ZDD	SDD	S9
18	DZD	DSD	DDS	DDZ	ZSS	SZZ	ZDD	SDD	F9
19	DSD	DZD	DDZ	DDS	ZZZ	SSS	ZDD	SDD	D10
20	DSD	DZD	DDS	DDZ	ZZS	SSZ	ZDD	SDD	D9
21	DZD	DSD	DDZ	DDS	SSZ	ZZS	SDD	ZDD	I9
22	DZD	DSD	DDS	DDZ	SSS	ZZZ	SDD	ZDD	F10
23	DSD	DZD	DDZ	DDS	SZZ	ZSS	SDD	ZDD	U9
24	DSD	DZD	DDS	DDZ	SZS	ZSZ	SDD	ZDD	Q9
25	DZZ	DSS	DDD	DDD	ZSD	SZD	ZDS	SDZ	H2
26	DZS	DSZ	DDD	DDD	ZSD	SZD	ZDZ	SDS	Y2
27	DSZ	DZS	DDD	DDD	ZZD	SSD	ZDS	SDZ	D2
28	DSS	DZZ	DDD	DDD	ZZD	SSD	ZDZ	SDS	DI
29	DZZ	DSS	DDD	DDD	SSD	ZZD	SDS	ZDZ	H1
30	DZS	DSZ	DDD	DDD	SSD	ZZD	SDZ	ZDS	I2
31	DSZ	DZS	DDD	DDD	SZD	ZSD	SDS	ZDZ	P2
32	DSS	DZZ	DDD	DDD	SZD	ZSD	SDZ	ZDS	W2
33	ZDD	SDD	SZZ	ZSS	DDZ	DDS	DZD	DSD	F9
34	ZDD	SDD	SZS	ZSZ	DDS	DDZ	DZD	DSD	E9
35	ZDD	SDD	SSZ	ZZS	DDZ	DDS	DSD	DZD	K9
36	ZDD	SDD	SSS	ZZZ	DDS	DDZ	DSD	DZD	E10

37	SDD	ZDD	ZZZ	SSS	DDZ	DDS	DZD	DSD	G10
38	SDD	ZDD	ZZS	SSZ	DDS	DDZ	DZD	DSD	G9
39	SDD	ZDD	ZSZ	SZS	DDZ	DDS	DSD	DZD	V9
40	SDD	ZDD	ZSS	SZZ	DDS	DDZ	DSD	DZD	O9
41	ZDZ	SDS	SZD	ZSD	DDD	DDD	DZS	DSZ	C2
42	ZDS	SDZ	SZD	ZSD	DDD	DDD	DZZ	DSS	X2
43	ZDZ	SDS	SSD	ZZD	DDD	DDD	DSS	DZZ	C1
44	ZDS	SDZ	SSD	ZZD	DDD	DDD	DSZ	DZS	K2
45	SDZ	ZDS	ZZD	SSD	DDD	DDD	DZS	DSZ	G2
46	SDS	ZDZ	ZZD	SSD	DDD	DDD	DZZ	DSS	G1
47	SDZ	ZDS	ZSD	SZD	DDD	DDD	DSS	DZZ	N2
48	SDS	ZDZ	ZSD	SZD	DDD	DDD	DSZ	DZS	T2
49	ZZD	SSD	SDZ	ZDS	DSZ	DZS	DDD	DDD	L2
50	ZZD	SSD	SDS	ZDZ	DSS	DZZ	DDD	DDD	E1
51	ZSD	SZD	SDZ	ZDS	DZZ	DSS	DDD	DDD	U2
52	ZSD	SZD	SDS	ZDZ	DZS	DSZ	DDD	DDD	E2
53	SZD	ZSD	ZDZ	SDS	DSZ	DZS	DDD	DDD	V2
54	SZD	ZSD	ZDS	SDZ	DSS	DZZ	DDD	DDD	F2
55	SSD	ZZD	ZDZ	SDS	DZZ	DSS	DDD	DDD	J1
56	SSD	ZZD	ZDS	SDZ	DZS	DSZ	DDD	DDD	J2
57	ZZZ	SSS	SDD	ZDD	DSD	DZD	DDS	DDZ	H10
58	ZZS	SSZ	SDD	ZDD	DSD	DZD	DDZ	DDS	L9
59	ZSZ	SZS	SDD	ZDD	DZD	DSD	DDS	DDZ	C9
60	ZSS	SZZ	SDD	ZDD	DZD	DSD	DDZ	DDS	W9
61	SZZ	ZSS	ZDD	SDD	DSD	DZD	DDS	DDZ	H9
62	SZS	ZSZ	ZDD	SDD	DSD	DZD	DDZ	DDS	T9
63	SSZ	ZZS	ZDD	SDD	DZD	DSD	DDS	DDZ	J9
64	SSS	ZZZ	ZDD	SDD	DZD	DSD	DDZ	DDS	J10

Tableau III:
variantes des configurations combinées

Il est à noter que comme prévu dans le raisonnement précédent, deux de ces quatre configurations contiennent la variante d'angle DDD. Pour la suite de l'exercice, seules les

configurations numérotées 1, 3, 57 et 59 seront considérées puisque les autres leur sont équivalentes par les transformations citées.

Pour la configuration numéro 1, par exemple, nous savons à présent que les coins EHS et OBN contiennent la variante DDD, et que les autres contiennent la DZZ dans sa forme directe ou réfléchiée. Cela crée le polyèdre de la figure 43 (la complexité des polyèdres nécessite l'adjonction de tiges sur les arêtes et sphérules aux sommets pour faciliter la visualisation...). Il est assez visible dans cet exemple que les polyèdres ainsi obtenus se rapportent à la configuration d'un octaèdre. En effet, il s'agit de huit "coins" ou polyèdres se logeant dans les huit quadrants entourant une intersection de la trame orthogonale régulière. Dans la figure 43, on peut voir de face, en ordre, les variantes OHS, EHS, EHN, OHN, puis OBS, EBS, EBN et enfin OBN.

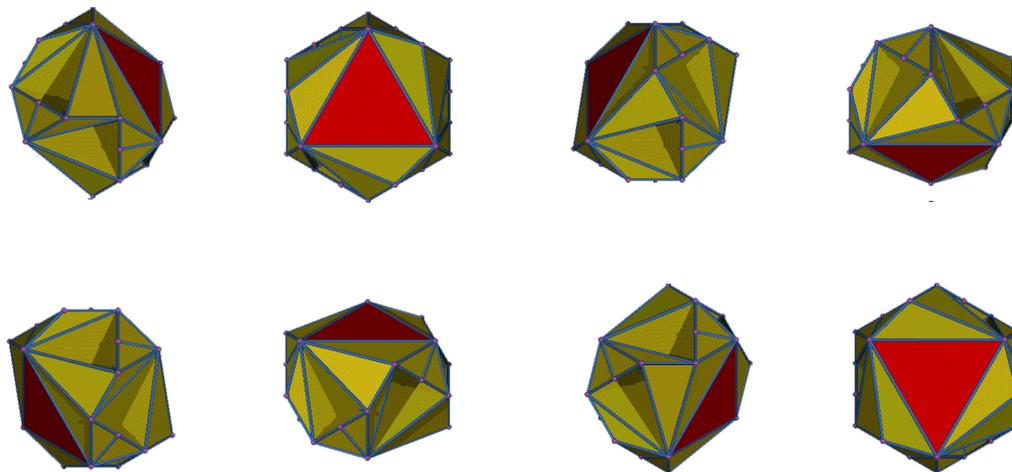


Figure 43:
Configuration numéro 1, vues diverses

Il est pertinent aussi de noter en plus de la symétrie centrale, la symétrie de rotation de 120° et 240° autour de l'axe de direction (1,1,1) bien visible dans les vues EHS et OBN de la figure 43 (deuxième de la première rangée, et dernier).

Pour le polyèdre composé correspondant à la ligne 3 du tableau III, la situation est légèrement différente, essentiellement parce qu'elle nécessite la combinaison de quatre variantes d'angle différentes. En effet, en plus des variantes DDD et DZZ, les variantes DZS et DSZ se trouvent aussi mises à contribution. Le résultat se trouve à la

figure 44. Cette fois, seule la symétrie centrale est une transformation invariante de la configuration. De nouveau, on voit en ordre les perspectives OHS, EHS, EHN, OHN, puis OBS, EBS, EBN et enfin OBN.

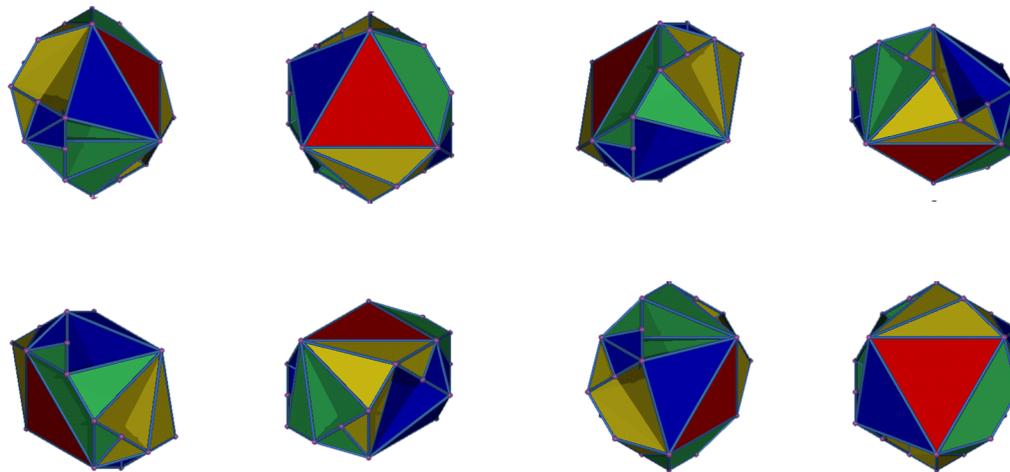


Figure 44:
configuration numéro 3, vues diverses

La variante de la ligne 57 quant à elle, contient de nouveau seulement deux types de variantes d'angle. Il s'agit de la ZZZ et de la DDZ. Toutes deux se présentent comme dans les autres cas sous leur forme directe et réfléchiée. Le résultat en est illustré par la figure 45 toujours dans le même ordre. La configuration en question a les mêmes symétries que la première, c'est-à-dire la symétrie centrale et la rotation de 120° et 240° autour de la même axe (1,1,1) (d'après les vues EHS et OBN de la figure 45).

Finalement, le dernier cas, le numéro 59, présente une situation contenant aussi seulement deux variantes d'angle. Il s'agit ici des variantes ZZS et DDZ. La figure 46 illustre cette situation. Comme la variante numéro 3, elle n'a qu'une seule symétrie: la symétrie centrale à l'origine.

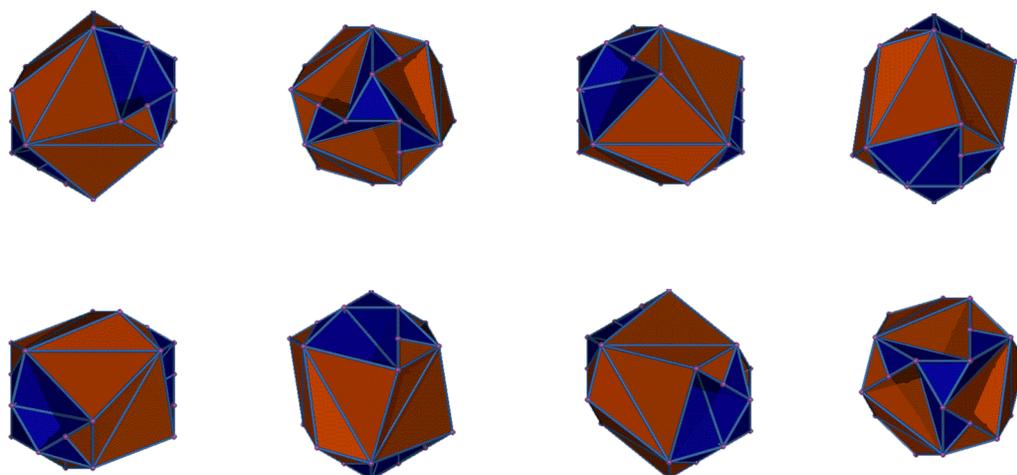


Figure 45:
configuration numéro 57, vues diverses

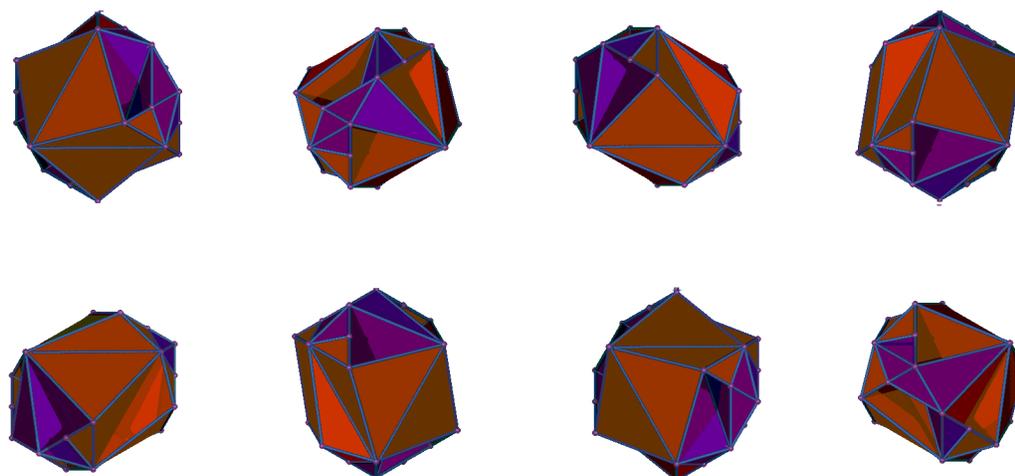


Figure 46:
configuration numéro 59, vues diverses

Il est intéressant de noter, à cette étape, quelques relations entre les quatre polyèdres composés. Dans le tableau III, il est facile d'observer le fait que chacune des variantes d'angle ne se présente pas avec n'importe quelle autre. Toutes les situations ne sont pas possibles du fait que seule la translation peut être utilisée d'un cube de base à l'autre. Pour cette raison, la variante d'angle contenant trois variantes 2-D de type D (il

s'agit de DDD, bien sûr), ne se combine jamais qu'avec les variantes d'angle contenant un seul D (les variantes DZZ, DZS et DSZ). Parallèlement, la variante d'angle contenant deux D (la DDZ) ne se combine jamais qu'avec celles ne contenant aucun D (les variantes ZZZ et ZZS). Les quatre polyèdres se séparent donc en deux catégories. Par ailleurs, il peut être intéressant de noter que seul le polyèdre composé correspondant à la configuration numéro 3 contient plus de deux variantes d'angle. De plus, seulement deux des quatre polyèdres composés contiennent une symétrie autre que la symétrie centrale.

Nous nous retrouvons donc, après être partis d'un seul polygone (celui de la figure 20), avec quatre polyèdres qui lui sont équivalents en 3-D. Il ne faut évidemment pas oublier à présent ce qui a été dit au début de cette section au sujet des variantes à points liés et à points non-liés. Ce facteur augmente le compte à six puisque deux des quatre polyèdres composés contiennent les variantes d'angles qui sont possibles avec des points flottants non-liés (la variante DSZ dans la configuration numéro 3 et la variante ZZS dans la configuration numéro 59). Les contraintes de vocabulaire et celles de syntaxe interne ont donc été appliquées avec succès. Reste la contrainte de relation spatiale entre les polyèdres. Celles-ci se traduisent par un assemblage de polyèdres composés à intervalle de six unités dans les trois directions orthogonales de l'espace. Cette relation est la même pour les quatre variantes précédentes. Chaque instance d'un des polyèdres composés est centré sur un node d'un réseau orthogonal à intervalles de six unités dans les trois directions (Est-Ouest, haut-bas et Nord-Sud). Les polyèdres s'étirent toujours de cinq unités dans les deux sens sur chaque axe de direction à partir de leur "centre". Pour cette raison, une superposition se crée dans les trois directions, ce qui fait que les instances se touchent suffisamment pour assurer la rigidité de l'objet final, tout en laissant des espaces vides. La combinaison résultante utilisant la configuration numéro 1 est présentée à la figure suivante.

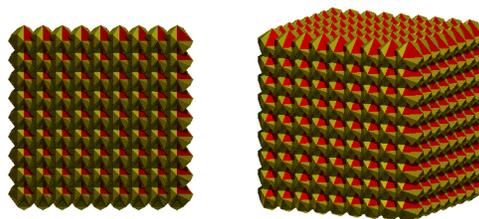


Figure 47:
Combinaison du polyèdre composé selon les contraintes de l'Opus 84

La méthode de transposition de deux en trois dimensions des contraintes de vocabulaire et de syntaxe a donc été un succès même si elle a produit plusieurs solutions valides, ce qui d'ailleurs était attendu.

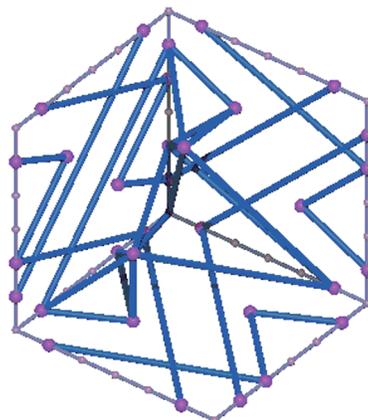


Figure 34:
Variante DZS avec points flottants non-liés

Pour la forme DSZ, par contre, la possibilité à points flottants non-liés est réalisable. En effet, cela résulte simplement en une forme dont les deux composante ne sont connectées que par un point (dans ce cas-ci le point $(2,0,0)$). Cette configuration se trouve illustrée à la figure 36, et rappelle la forme Z en 2-D.

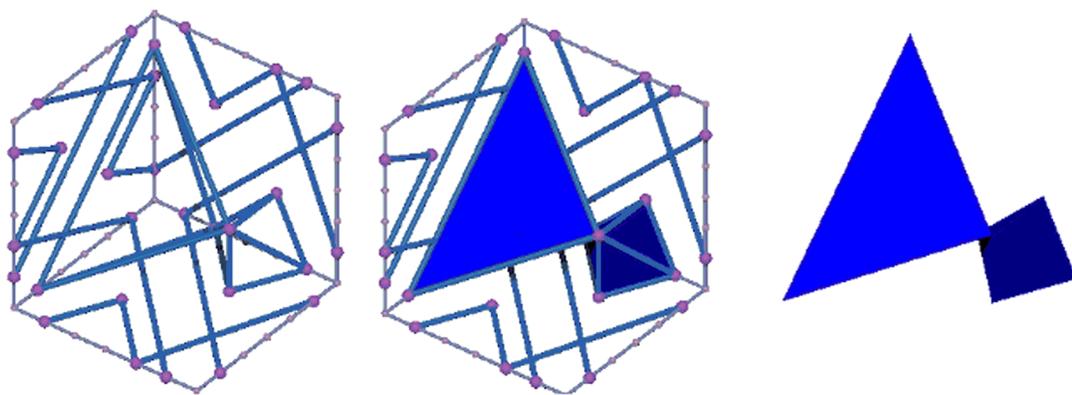


Figure 35:
Variante DSZ avec points flottants liés

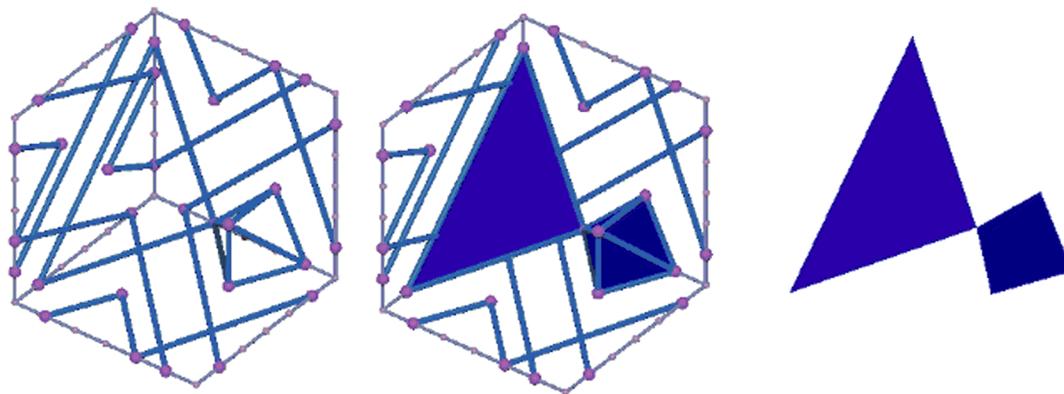


Figure 36:
Variante DSZ avec points flottants non-liés

Le fait est donc que la variante à points flottants non-liés n'est pas toujours réalisable. Il ne reste dans cette section qu'à déterminer les configurations qui ne contiennent pas de composante D. Pour la forme ZZZ, d'abord, la variante à points flottants liés ne pose pas de problèmes. Le cas des points flottants non-liés, par contre, présente l'obstacle habituel. En effet, l'espace entre les points $(2,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,0)$ et $(0,0,2)$ ne se résout qu'à condition d'introduire les segments $(2,0,0)-(0,2,0)$, $(0,2,0)-(0,0,2)$, et $(0,0,2)-(2,0,0)$. Ceux-ci se trouvent sur les surfaces du cube de base, et donc ne sont pas acceptables.

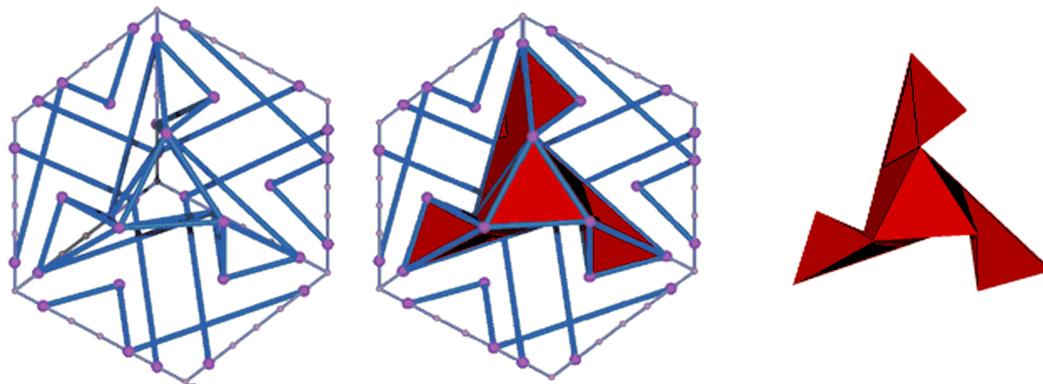


Figure 37:
Variante ZZZ avec points flottants liés

Pour la forme ZZS, finalement, les deux variantes sont possibles (figures 39 et 40). En effet, la version aux points flottants non-liés ressemble à la variante DSZ dans ce qu'elle contient deux composantes reliées seulement par un point.

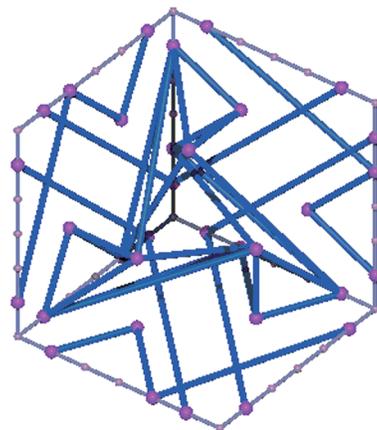


Figure 38:
Variante ZZZ avec points flottants non-liés

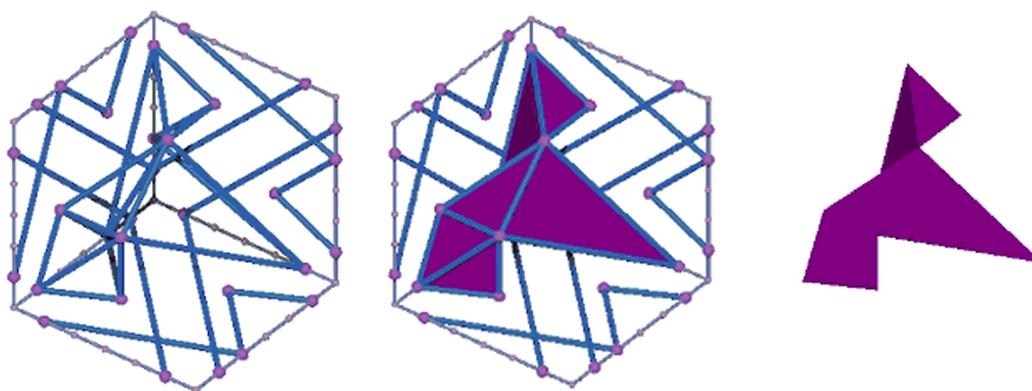


Figure 39:
Variante ZZS avec points flottants liés

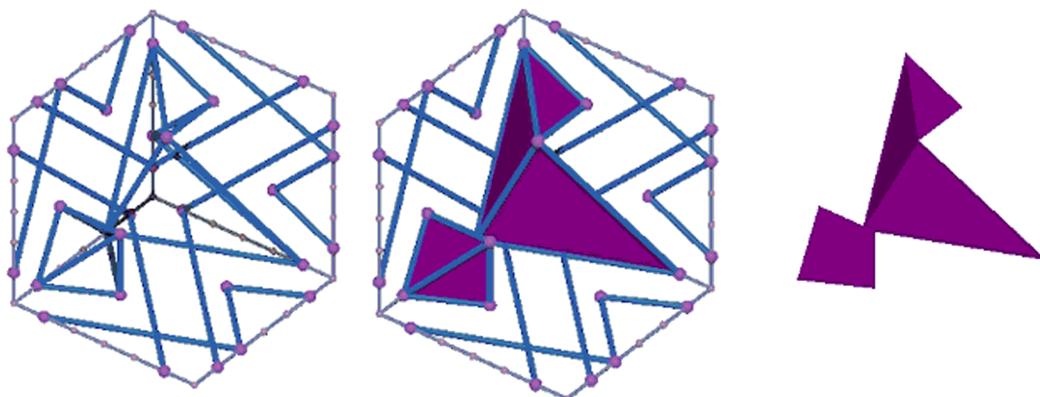


Figure 40:
Variante ZZS avec points flottants non-liés

Pour récapituler, les 9 polyèdres ainsi réunis constituent donc le vocabulaire résultant de la transposition des contraintes de l'Opus 84, de la même façon que l'était les 98 éléments de la figure 13 à la page 38. Existents donc DDD, DDZ (lié), DZZ (lié), DZS (lié), DSZ (lié), DSZ (non-lié), ZZZ (lié), ZZS (lié), et ZZS (non-lié), tel qu'illustré à la figure 41 (page suivante).

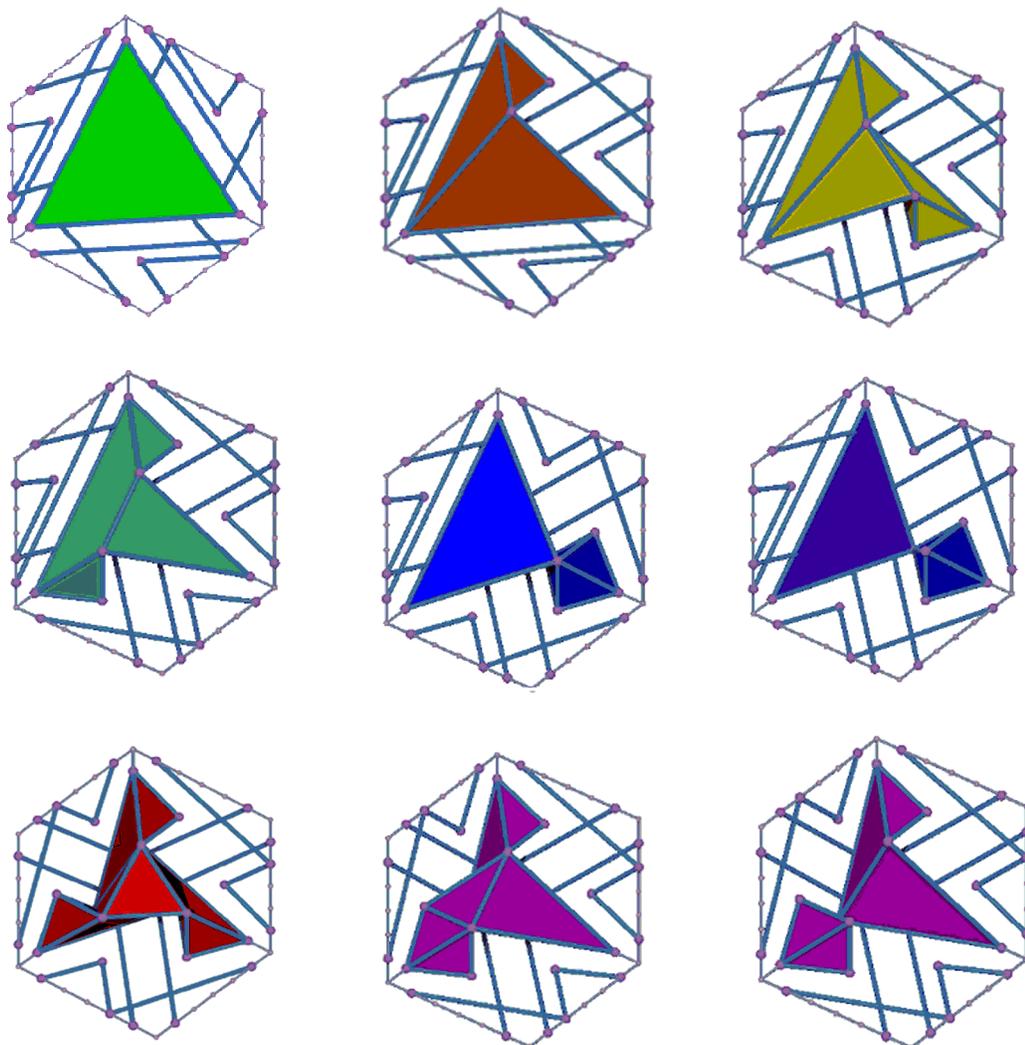


Figure 41:
Vocabulaire 3-D selon l'Opus 84 de Hans Hinterreiter

Dans la section suivante, il sera possible d'effectuer l'assemblage de ces éléments selon les contraintes métriques et affines de syntaxe découlant de la configuration déterminée par les contraintes transposées.

6.0 Opus 84: vocabulaire et syntaxe

Dans le chapitre 4, la transposition de 2-D en 3-D a été développée sur un système modèle. Cette partie de la recherche s'est subdivisée en trois sections. Tout d'abord, les contraintes ont été énumérées de façon systématique sous forme textuelle. Puis, ces contraintes ont été traduites d'un langage 2-D en un ensemble de contraintes applicables à l'espace. Finalement, ces dernières ont été réinterprétées comme des objets géométriques représentables et utilisées dans un nouveau système de remplissage, cette fois dans l'espace.

Pour le chapitre 6, une méthode de travail similaire est appliquée. Dans un premier temps, les contraintes de vocabulaire et de syntaxe (qui s'appliquent à la configuration orthogonale de la figure 20) sont articulées verbalement. Puis ces contraintes sont transformées pour être applicables dans l'espace, et finalement, elles sont retransformées en objets géométriques. Durant le cours de cet exercice, il advient, dû à la plus grande complexité de l'espace par rapport au plan, que plusieurs variantes se trouvent valables pour ce qui regarde le raisonnement.

6.1 Contraintes de vocabulaire et de syntaxe

Au chapitre précédent, il a été établi que les contraintes géométriques de l'Opus 84 se subdivisent en trois catégories distinctes. Les deux premières de celles-ci sont les contraintes de vocabulaire et de syntaxe. Il existe pourtant une autre façon de les classer. En effet, en analysant la structure de l'Opus 84, il est important de garder en tête que les observations peuvent aussi bien être des contraintes réelles, nécessaires pour la détermination de la configuration, ou bien simplement des conséquences de celle-ci. Il faut donc savoir séparer les causes et effets. De plus, comme dans la transposition du système modèle, ce sont les lignes définissant les polygones, et non ceux-ci qui sont analysés.

Pour les contraintes de vocabulaire:

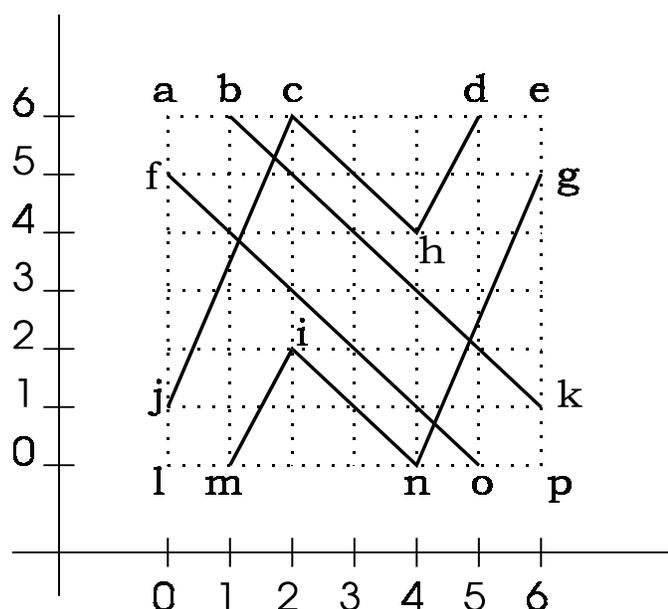


Figure 24:
carré de base de l'Opus 84

- 1- deux types de côtés sont définis: D (par exemple bk et fo) et Z (correspondant à jchd et gnim)
- 2-tous les côtés finissent sur une limite adjacente de celle où ils ont commencé, à cinq unités de l'extrémité qu'ils entourent ainsi
- 3-quatre côtés se trouvent dans chaque carré de base, et autour de chaque extrémité
- 4-Tous les segments ont une courbure nulle

- 5- aucune variante d'angle ne touche le centre (l'intersection des diagonales) du carré de base
- 6- les variantes d'angle se superposent partiellement
- 7- les intersections des variantes d'angle n'incluent pas les extrémités
- 8- Toutes les pointes ont des coordonnées entières dont 0, 1, 2, 4, 5 et 6. la coordonnée 3 n'est pas utilisée
- 9- Les pointes qui ne sont pas sommets ont des coordonnées paires
- 10- Chaque segment est contenu dans un seul côté
- 11- La pente d'un segment est toujours différente de celle du segment adjacent, même dans le carré de base adjacent
- 12- Les régions entières de densité double sont similaires aux polygones par une réflexion simple
- 13- La région de densité nulle forme un parallélogramme (4 côtés pour 4 côtés de polygone)
- 14- Aucun segment n'est parallèle aux axes
- 15- Le point d'origine n'est pas incident au périmètre de la cellule

Puis, pour les contraintes de syntaxe:

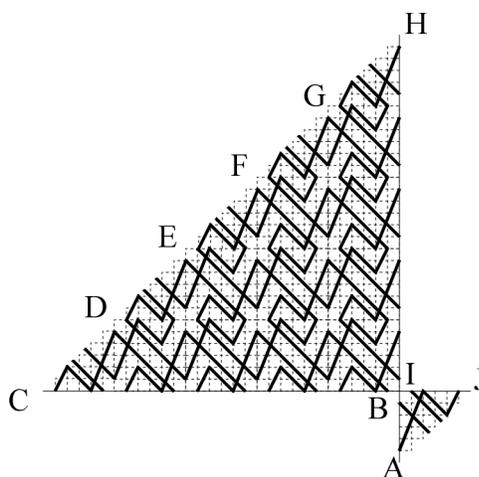


Figure 25:
configuration affine de l'Opus 84

- 16- la syntaxe de composition des cellules comprend la rotation par 180° autour du centre du carré de base ou de la cellule exclusivement
- 17- la syntaxe relationnelle entre les cellules est définie uniquement par les translations de vecteurs $(6,0)$ et $(0,6)$

Les observations 12 et 13 sont un peu tirées par les cheveux et sont plutôt des conséquences que des causes de la configuration. Elles ne servent donc pas de critère. L'ensemble de ces contraintes (à l'exception des 12 et 13) correspond donc au vocabulaire et à la syntaxe de l'Opus 84. Similairement à l'exemple du système modèle, ces

contraintes servent donc à déterminer la configuration des cellules. Par contre dans le cas présent les cellules ne s'emboîtent pas de façon étanche, mais se superposent plutôt pour créer une nouvelle fragmentation de l'espace. En 2-D, les cellules forment un polygone comme celui de la figure 26.

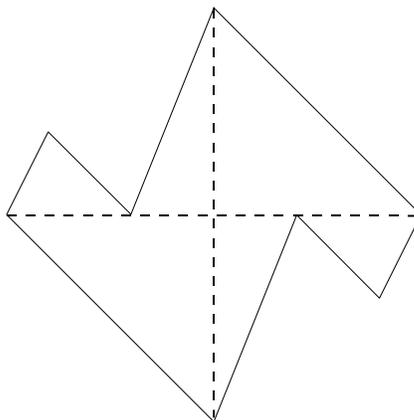


Figure 26:
Unité de 'pavage du plan'

Ce polygone, entourant une extrémité, se place sur quatre quadrants simultanément. De plus, lorsque la contrainte 17 lui est appliqué, il se superpose à lui-même tel que décrit dans les contraintes 6, 7 et 12 pour former des polygones. Ce sont les régions ainsi formés qui ont différentes densités selon le nombre de polygones composés qui les définissent. La transposition qui suit a donc pour but d'obtenir la forme polyédrique issue de la forme de la figure 20, afin de servir de cellule se répartissant dans l'espace de la même façon que ne le fait la cellule de base de l'Opus 84 (figure 26).

6.2 Transposition des contraintes

Les contraintes développées à la section précédente peuvent être traduites à l'aide des équivalences définies précédemment. Le tableau suivant présente les contraintes de vocabulaire et de syntaxe de départ et les contraintes résultantes dans l'espace.

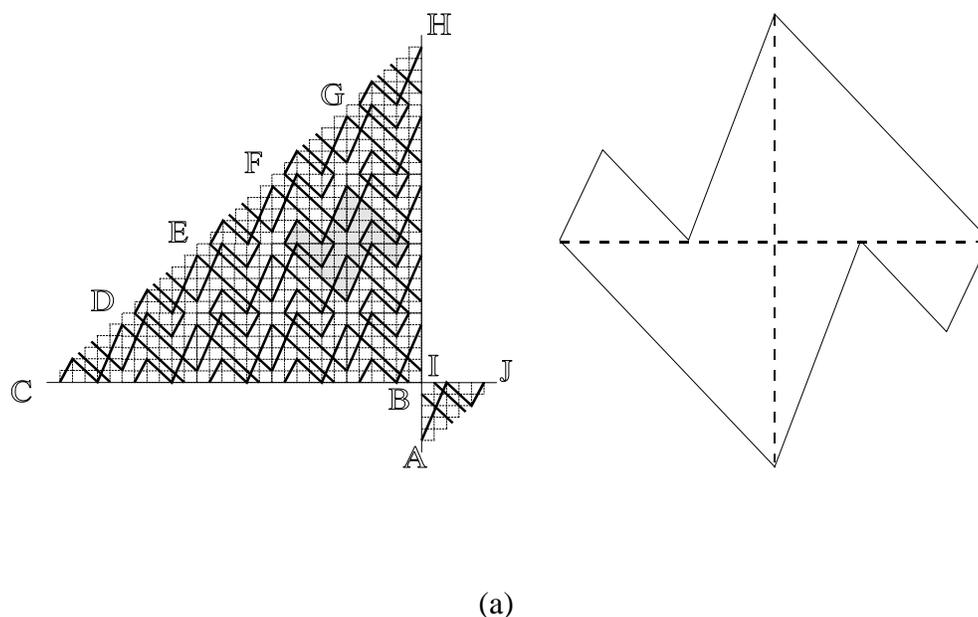
#	en deux dimensions	en trois dimensions
	contraintes de vocabulaire	
M1	Deux types de côtés sont définis: D (par exemple bk et fo) et Z (correspondant à jchd et gnim)	Les types de côtés sont définis par les types 2-D D et Z
M2	Tous les côtés finissent sur une limite adjacente de celle où ils ont commencé, à cinq unités de l'extrémité qu'ils entourent ainsi	Toutes les faces finissent sur une limite adjacente de celle où ils ont commencé, à cinq unités de l'extrémité qu'ils entourent ainsi
M3	Quatre côtés se trouvent dans chaque carré de base, et autour de chaque extrémité	Huit faces se trouvent dans chaque cube de base, et autour de chaque extrémité
M4	Tous les segments ont une courbure nulle	Tous les plans ont une courbure nulle
M5	Aucune variante d'angle ne touche le centre (l'intersection des diagonales) du carré de base	Aucune variante d'angle ne touche le centre (l'intersection des diagonales) du cube de base
M6	Les variantes d'angle se superposent partiellement	Les variantes d'angle se superposent partiellement
M7	Les intersections des variantes d'angle n'incluent pas les extrémités	Les intersections des variantes d'angle n'incluent pas les extrémités
M8	Toutes les pointes ont des coordonnées entières dont 0, 1, 2, 4, 5 et 6. la coordonnée 3 n'est pas utilisée	Toutes les pointes ont des coordonnées entières dont 0, 1, 2, 4, 5 et 6. la coordonnée 3 n'est pas utilisée.
M9	Les pointes qui ne sont pas sommets ont des coordonnées paires	Les pointes qui ne sont pas sommets ont des coordonnées paires

M10	Chaque segment est contenu dans un seul côté	Chaque plan est contenue dans un seul face
M11	La pente d'un segment est toujours différente de celle du segment adjacent, même dans le carré de base adjacent	La pente d'un plan est toujours différente de celle du plan adjacent, même dans le cube de base adjacent
M12	Les régions entières de densité double sont similaires aux polygones par une réflexion simple	Les régions entières de densité double sont similaires aux polygones par une réflexion simple
M13	La région de densité nulle forme un parallélogramme (4 côtés pour 4 côtés de polygone)	La région de densité nulle forme un octaèdre (8 côtés pour 8 côtés de polygone)
M14	Aucun segment n'est parallèle aux axes	Aucun plan n'est parallèle aux plans axiaux
M15	Le point d'origine n'est pas incident au périmètre de la cellule	Le point d'origine n'est pas incident au périmètre de la cellule
contraintes de syntaxe		
M16	La syntaxe de composition des cellules comprend la rotation par 180° autour du centre du carré de base ou de la cellule exclusivement	La syntaxe de composition des cellules comprend la rotation par 180° autour du centre du cube de base ou de la cellule exclusivement
M17	La syntaxe relationnelle entre les cellules est définie uniquement par les translations de vecteurs $(6,0)$ et $(0,6)$	La syntaxe relationnelle entre les cellules est définie uniquement par les translations de vecteurs $(6,0,0)$, $(0,6,0)$ et $(0,0,6)$

Tableau II:
contraintes affines et métriques en 2-D et 3-D

Les critères de la deuxième colonne serviront plus tard pour tester les résultats. Il est important, pourtant, de noter que la contrainte M1 ne peut encore être traduite de façon exacte. En effet, déjà dans l'exemple du système modèle, le vocabulaire est passé de 3 à 98 éléments au minimum.

À cette étape de la recherche, il est possible de passer de la cellule de base de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter à la cellule de base tridimensionnelle qui servira pour la création de l'objet final.



(a) (b)
Figure 27:
 configuration métrique et affine de l'Opus 84

Reprenant les figures définissant la configuration métrique et affine, et observant la configuration du point de vue de l'entourage d'une extrémité, nous pouvons voir que dans les quatre quadrants autour d'une extrémité donnée, deux côtés différents sont possibles. Pour faciliter la discussion à venir, ces deux variantes ont été nommées **D** et **Z** (voir contrainte M1). La variante **D** correspondra à celle formée d'un seul segment connectant deux limites adjacentes (Directes, comme en haut à droite et en bas à gauche dans la forme de la figure 27b). La variante **Z** correspond à l'autre, qui forme une ligne brisée en Z entre les deux limites adjacentes (les deux autres quarts de la même forme). Il est important de noter par ailleurs, que dans le cas possible où la variante **Z** devait se présenter sous sa forme inversée, elle serait citée comme variante **S**.

Comme dans l'exemple du système modèle, les trois variantes **D**, **Z** et **S** servent à définir les faces du cube dont il faut déterminer la configuration intérieure. À la différence du système modèle, pourtant, il est donné dans le cas particulier de l'Opus 84, que seule la translation est permise entre les cellules (voir contrainte M17 du tableau précédent). Pour cette raison, nous savons que chaque ensemble de deux faces opposées

du cube de base en considération contient la configuration de la tuile de base placée de la même façon. Cette exigence a pour conséquence deux aspects. D'abord, cela signifie que vu de l'intérieur du cube, il y aura en effet occurrences de toutes deux les configurations *Z et S*. De plus, si chaque face est liée à sa face opposée, il ne reste donc que trois orientations variables, ou trois paires de faces à déterminer. Pour cette raison, il sera plus simple à partir de maintenant, de ne considérer qu'un seul coin du cube par ses variantes, puisque chaque coin contient des informations sur la configuration des trois directions.

La prochaine étape logique est de chercher toutes les variantes possibles composées des trois variantes 2-D mentionnées précédemment. La liste suivante en présente les possibilités:

DDD	DDZ	DDS
DZD	DZZ	DZS
DSD	DSZ	DSS
ZDD	ZDZ	ZDS
ZZD	ZZZ	ZZS
ZSD	ZSZ	ZSS
SDD	SDZ	SDS
SZD	SZZ	SZS
SSD	SSZ	SSS

À ce stade du raisonnement, il est possible de réduire le nombre des possibilités depuis les 27 de la liste précédente. Pour cela, il est nécessaire de se reporter aux symétries du cube (annexe 1). Considérant tout d'abord la symétrie axiale autour de la diagonale du cube (selon la définition de la symétrie 'N' de l'annexe 1), il est possible de démontrer l'équivalence des variantes DDZ, DZD et ZDD. Plus avant, et grâce à la réflexion par le plan diagonal à la face XZ (symétrie 'M'), nous obtenons l'équivalence des variantes DDZ et DDS (et donc DSD et SDD). De la même façon, DZZ, ZDZ, ZZD, DSS, SDS et SSD s'équivalent. Par le même raisonnement, il est possible de réduire la liste précédente à seulement 7 possibilités. Celles-ci comprennent DDD,

DDZ, DZZ, DZS, DSZ, ZZZ et ZZS. Nous avons donc définis les surfaces extérieures des 7 variantes pour la configuration d'un coin. Le problème se pose dorénavant concernant la répartition des faces du polyèdre à l'intérieur du cube.

Procédant par ordre, pour la variante DDD, la solution est simple puisque les trois côtés définissent eux-même un plan par leur configuration. La figure 28 présente la variante DDD, d'abord par la configuration de ses arêtes seules, puis de celles-ci avec le volume, et finalement le volume seul.

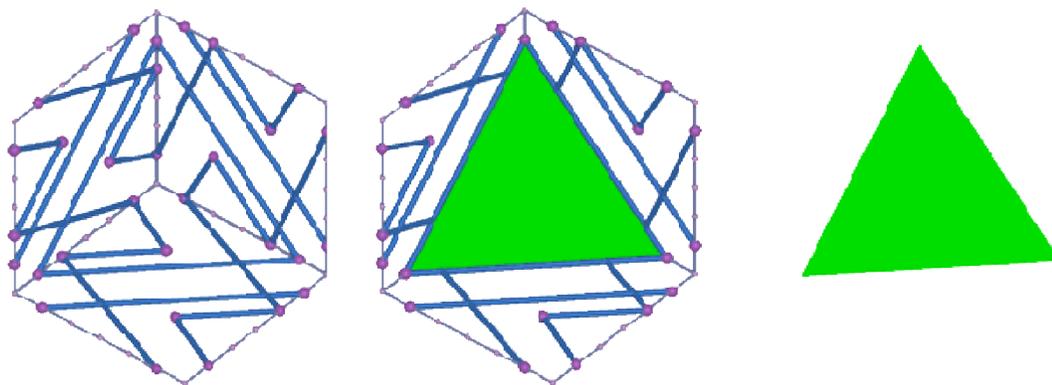


Figure 28:
variante DDD, divers points de vue

À la deuxième variante, la DDZ, nous arrivons pourtant déjà à un obstacle. En effet, considérant la configuration en question (figure 29), nous pouvons voir que toute tentative d'insertion d'un polyèdre défini par les quatre points données seules crée des arêtes supplémentaires dont une en particulier qui se retrouve sur une des surfaces du cube de base.

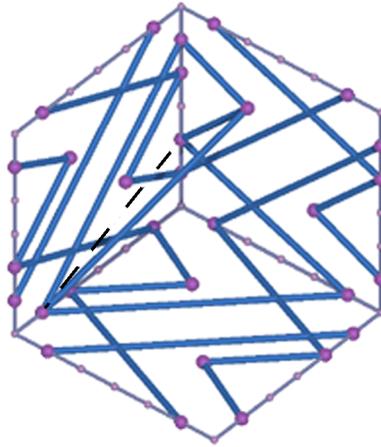


Figure 29:
configuration du type $DD\bar{Z}$

Cet obstacle peut être contourné assez facilement en considérant que dans la situation 2-D de l'Opus 84, il existe des points flottants qui ne sont incidents à aucune limite. Il est donc "permet" d'introduire des points additionnels. Il faut à présent définir la position de ce point additionnel. La contrainte M9 postule la parité de toute pointe qui n'existe pas en tant que sommet. Nous avons donc deux contraintes qui serviront à définir la position du point additionnel. Ses coordonnées doivent être paires, et supérieures à 0 et inférieure à 6 (pour ne pas être incident aux arêtes du cube de base). Les seules coordonnées possibles restent donc 2 et 4. Cela permet les positions suivantes: $(2,2,2)$, $(2,2,4)$, $(2,4,2)$, $(2,4,4)$, $(4,2,2)$, $(4,2,4)$, $(4,4,2)$ et $(4,4,4)$ (le point d'intersection entre les trois plans du cube considérés aura toujours pour coordonnées $(0,0,0)$ pour les raisonnements qui suivent). Parmi ces possibilités, certaines peuvent être éliminées à priori grâce à la contrainte M5: aucune variante d'angle ne touche le centre (l'intersection des diagonales du cube de base). Par ailleurs, puisque la face contenant le côté Z contient la cause du problème, il semble pertinent de placer le point additionnel dans la même région. Pour cette raison, le point de coordonnée $(2,4,2)$ a été choisi. Le résultat est illustré à la figure suivante.

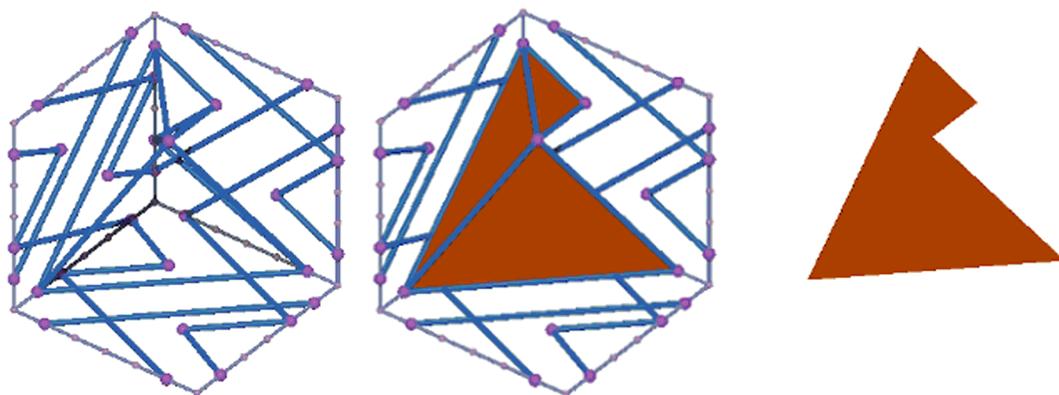


Figure 30:
Variante DDZ avec point flottant additionnel

Le point additionnel flottant est donc associé directement au point flottant du côté Z (ou S). Dans l'intérêt de l'uniformité, à partir de maintenant, un point complètement flottant sera ajouté à proximité de toute pointe qui ne sert pas de sommet.

Dans le cas précédent, la situation était encore assez simple. Nous ajoutons un point flottant à l'intérieur du cube, le relierons aux pointes et sommets avoisinants et le tour est joué. Toutes les variantes qui restent à explorer contiennent plus d'une arête Z ou S. Cela signifie l'addition possible de deux ou même trois points flottants. La prochaine question est alors la suivante: les points flottants sont-ils liés entre eux?

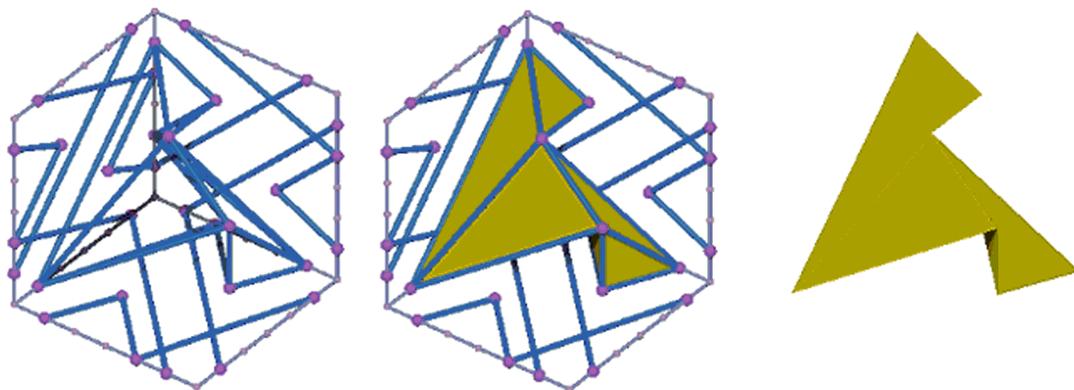


Figure 31:
Variante DZZ avec point flottant lié

Procédant par ordre, nous arrivons à la variante DZZ. Encore une fois, il est nécessaire d'ajouter des points flottants, cette fois deux.

Pour le cas où ceux-ci sont liés, la situation reste simple. La figure 31 présente cette situation. Pour le cas des points flottants non-liés, les obstacles se retrouvent. En effet, comme nous pouvons le voir dans la figure 32, si les deux points flottants ne sont pas liés, l'espace entre les points $(2,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,0)$ et $(0,0,5)$ ne peut être défini qu'à condition d'introduire une nouvelle arête sur le plan X-Y (il s'agit du segment $(2,0,0)$ - $(0,2,0)$).

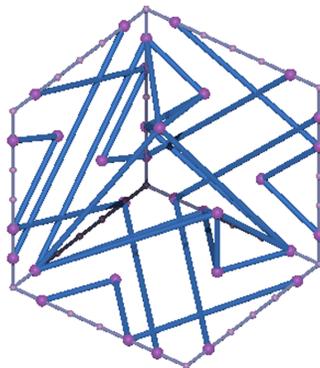


Figure 32:
Variante DZZ avec point flottant non-lié

Il n'existe donc encore une fois qu'une seule variante possible. Pour la même raison, la variante DZS ne peut exister que sous la forme à points liés. En effet, tel qu'il est illustré dans la figure 34, la résolution du volume dans la région entre les points $(5,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,0)$ et $(0,0,2)$ introduirait une arête de plus entre les points $(0,2,0)$ et $(0,0,2)$ qui serait alors incidente au plan YZ.

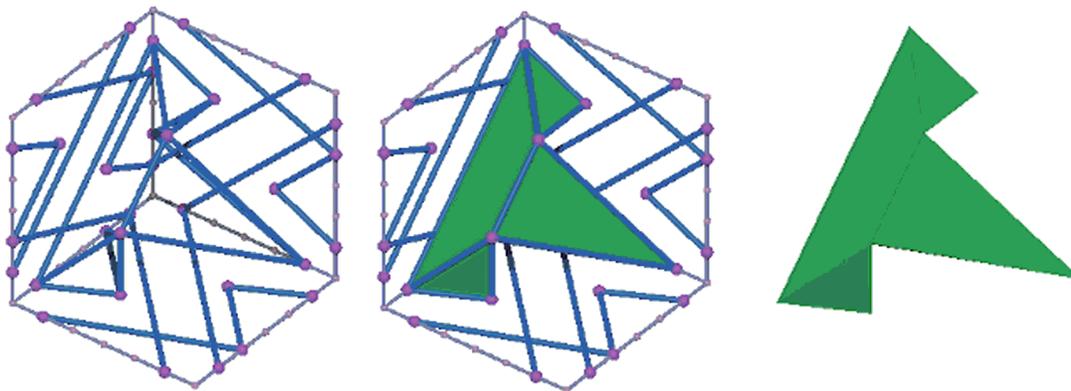


Figure 33:
Variante DZS avec points flottants liés

Partie II: L'Opus 84 de Hans Hinterreiter

5.0 L'Opus 84

La transposition du système modèle de deux en trois dimensions présente donc des résultats satisfaisants. La question, pourtant, concerne la validité de cette méthode de transposition en termes généraux. Pour cela, la méthode devra être testée sur un système de départ différent, mais ayant ses contraintes propres pouvant servir de critères quant au succès de la transposition. Il est utile pour cela d'utiliser un système dont les propriétés internes se traduisent facilement sous une forme verbale dont la logique se tient. L'oeuvre peinte de Hans Hinterreiter se prête bien à ce genre d'exercice, particulièrement du fait de sa simplicité formelle interne bien camouflée derrière sa complexité apparente.



Figure 18:
L'Opus 84 de Hans Hinterreiter

L'Opus 84 de Hans Hinterreiter est le résultat de la synthèse de trois raisonnements distincts. Dans un premier temps, l'artiste a mis au point son ensemble de polygones simples composant un motif de remplissage régulier du plan grâce à un ingénieux système de règles de géométrie affine. D'autre part, une déformation de la trame de base du système précédent a permis la fluidité apparente de l'image. Finalement, le choix des couleurs a été inspiré de la théorie de la couleur développée par Wilhelm Ostwald.

L'étude effectuée dans la présente maîtrise ne concerne que les aspects géométriques du monde de Hans Hinterreiter. Pour cette raison, seuls les deux premiers aspects de l'Opus 84 seront étudiés en détail. Pour ce faire, il convient donc d'en séparer les composantes, selon le système auquel elles appartiennent, de façon à pouvoir les observer indépendamment. La figure 19 présente la structure interne de l'oeuvre.

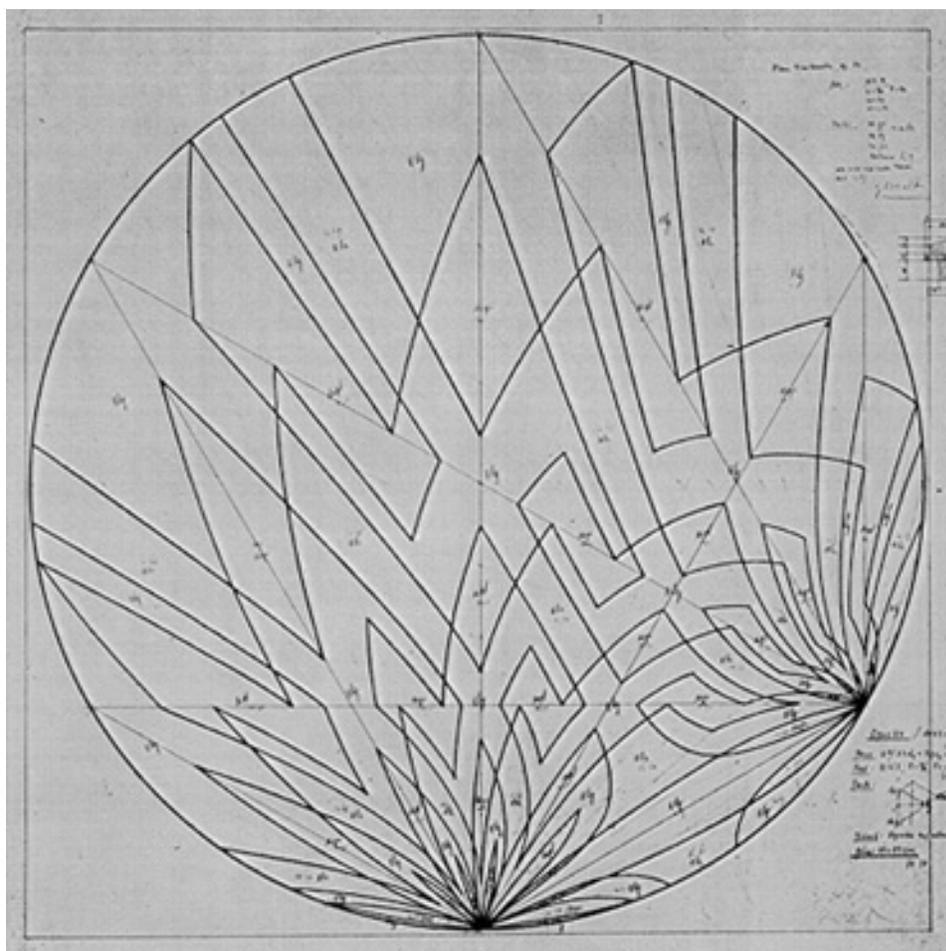


Figure 19:
diagramme de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter

Grâce aux variations d'épaisseur des lignes une trame constituée de quadrilatères et de fragments de quadrilatères est visible. Cette trame possède la propriété particulière que les 'tuiles' ainsi décrites se rencontrent toujours par quatre, à part aux intersections incidentes au cercle déterminant les limites de l'image. Déployant cette observation plus avant tout en gardant en tête les concepts de la géométrie projective énoncés à la section 3.3, il est possible de transmuter la structure en la plaçant sur une trame orthogonale, tout en la gardant projectivement équivalente. Les lignes les plus épaisses, celles qui déterminent les formes du résultats final, deviennent par cette transformation, des segments à courbure nulle.

Il est intéressant de noter par ailleurs dans la figure 20, que la régularité est confirmée par le fait que dans chaque ensemble de quadrilatères (6x6) ainsi obtenu, la même configuration se retrouve.

Observant le diagramme de l'Opus 84 (figure 19), nous pouvons noter par ailleurs que la trame de base est constituée de deux faisceaux de droites se rejoignant en deux points le long de la circonférence. Plus particulièrement, les quadrilatères à dessins similaires (de dimensions six par six), sont distribués selon une configuration du type de la figure 21.

Tenant de réconcilier les figures 20 et 21 pour revenir à la structure de l'Opus 84, il faudrait faire les transformations élastiques suivantes: le point D se retrouverait au point '3', le E au point '4', le F au '5' et le G au '6'.

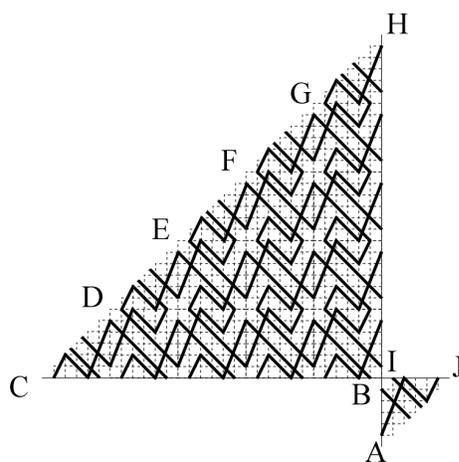


Figure 20: transmutation de l'Opus 84 sur une trame orthogonale régulière

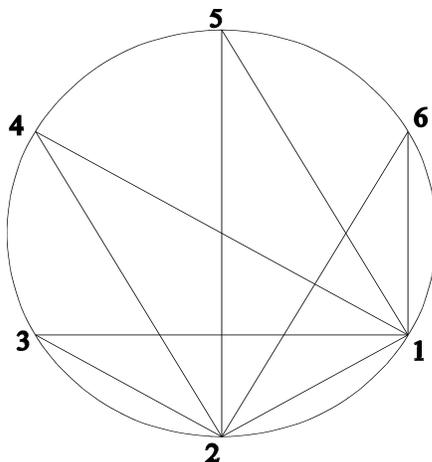


Figure 21:
configuration des quadrilatères de l'Opus 84

Quant aux autres, les segments AB et BC se contracteraient sur le point '2' et les segments HI et IJ sur le point '1'. À cette fin, un étirement doit prendre place pour créer l'espace entre les points '1' et '2'. Cela est démontré dans l'esquisse de la figure 20, où aucun segment ne croise le segment correspondant au '1'-'2' de la figure 21.

Le système de contraintes de l'Opus 84 se sépare en deux types, illustrés par les deux dernières figures: les contraintes de géométrie affine et les contraintes de déformation. Les premières peuvent se diviser plus avant en contraintes de vocabulaire et de syntaxe, de la même façon que dans le cas du système modèle. Il existe donc trois types de contraintes: le vocabulaire, la syntaxe et les contraintes de déformation.

Pour faciliter la suite de l'exercice, il convient à cette étape de la recherche, de développer un lexique permettant une communication plus efficace. Pour cela il convient d'utiliser les figures 22 et 23 qui représentent respectivement une 'tuile' de l'Opus 84 seule et une version préliminaire de la 'tuile' qui servira dans la transposition. De plus, le lexique se subdivise en trois sections. Tout d'abord sont définis les termes généraux qu'ont en commun le monde de l'oeuvre de Hans Hinterreiter et l'espace tridimensionnel que nous essayons de définir; suivent les deux sections se concentrant sur la définition des éléments des deux mondes séparés.

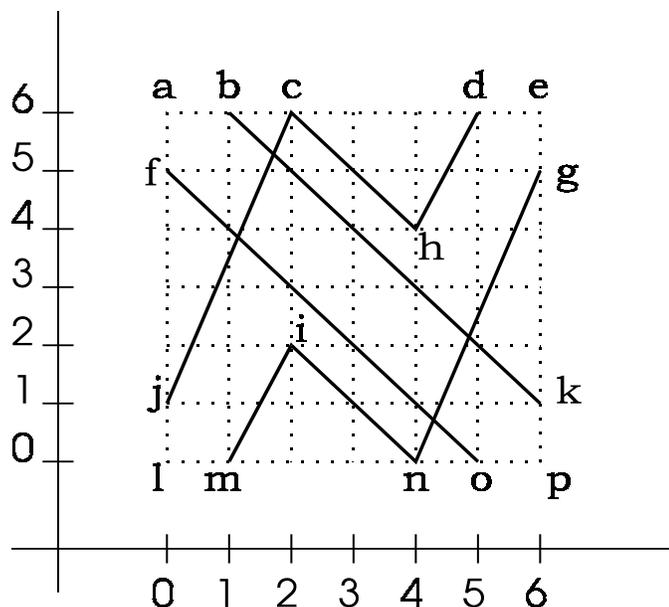


Figure 22:
carré de base de l'Opus 84 seul

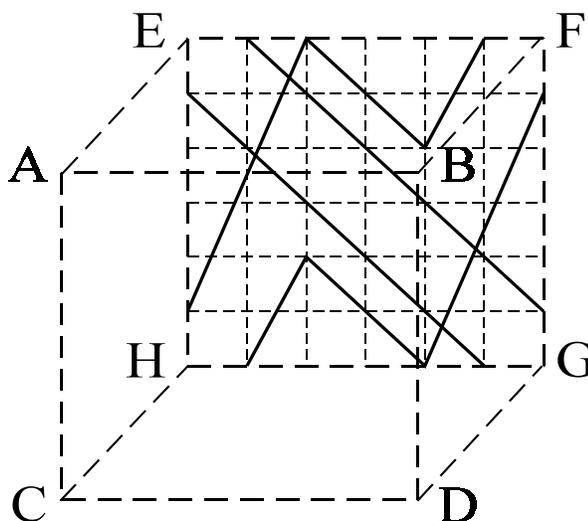


Figure 23:
cube de base

Lexique Général:

Extrémité: sommets du carré de base: a, e, p et l; sommet du cube de base: A, B, C, D, E, F, G et H.

Limite: côtés du carré de base: ae, ep, pl et la; faces du cube de base: ABDC, EFGH, BFGD, AEHC, CHGD et AEFB.

Secteur: carré ou cube de base dans le cas d'une observation de plusieurs de ceux-ci,

normalement situé par rapport à un point d'extrémité donné grâce aux termes usuels nord et sud, est et ouest, haut et bas.

Régions entières de densité: polygone ou polyèdre simple de même densité

Courbure: la valeur inverse du rayon d'une courbe ou d'une surface dans n'importe quelle direction, à un point donné de celle-ci.

Densité: nombre de polygones ou de polyèdres superposés en un point donné.

Pente: direction d'un segment, direction de la perpendiculaire à un plan.

Monde bidimensionnel:

Carré de base: ensemble des formes contenues dans l'espace délimité par le polygone aelp.

Carré d'unité: carré d'une unité de longueur (il y en a 36 dans un carré de base)

Segment: section de droite entre deux sommets nommés (lignes pleines, par exemple fo, ou jc).

Côté: ensemble de segments entourant une extrémité et formant un trajet continu (bk, fo, dhcj et gnim).

Pointe: chacun des changements de pente des lignes du polygone; les extrémités des segments.

Sommet: chacun des points de traverse d'un carré de base à celui qui lui est adjacent; les extrémités des côtés.

Variante d'angle: polygone composé d'un côté et de deux segments l'unissant à l'extrémité qu'il entoure

Polygone composé: ensemble de quatre variantes d'angle entourant un même point d'extrémité (par exemple fo dans le secteur nord-est, gnim dans le n-o, bk dans le s-o et dhcj dans le s-e). Cette définition inclut la région ainsi définie et parallèle la cellule du système modèle

Monde tridimensionnel:

Cube de base: ensemble des formes contenues dans l'espace délimité par le polyèdre ABCDEFGH

Cube d'unité: cube d'une unité de longueur (il y en a 216 dans un cube de base)

Plan: élément bidimensionnel du polyèdre délimité par des arêtes adjacentes entre elles (v. segment).

Face: ensemble de plans entourant une extrémité (voir côté)

Arête: chacun des frontières d'un plan (voir Pointe).

Fil: arête se trouvant insérée dans la limite du cube de base (voir Sommet).

Variante d'angle 3-D: polyèdre composé d'une face et de trois plans l'unissant à l'extrémité qu'elle entoure

Polyèdre composé: ensemble des huit variantes d'angle 3-D entourant un même point d'extrémité (voir Polygone composé, plus haut).

Ces définitions serviront répétitivement dans le reste du texte. Finalement, il est important de noter que pour cette transposition, il n'est pas considéré significatif que les "côtés" se croisent à l'intérieur d'un même carré de base.

Pour une étude plus détaillée, les contraintes affines et les contraintes de déformations sont transposées dans des chapitres séparés. Chaque problématique présente donc un système de contraintes indépendant qui peut être transposé en 3-D.

4.0 Système de pavage modèle

Au cours de la recherche, la transposition de configurations géométriques de deux en trois dimensions a d'abord été développée sur un système de contraintes préétabli, avant d'être validé par l'application à un système similaire. Dans le présent chapitre, sont expliqués le système modèle et sa transposition. Autrement dit, il s'agit ici de la première partie de la recherche proprement dite, de l'établissement de la méthode de transposition qui sera évaluée dans ce travail. Après un développement de la configuration servant de modèle, la transposition de celle-ci est illustrée, et finalement, des résultats sont présentés.

Dans la première section, les contraintes du système modèle sont articulées de façon systématique, et illustrées explicitement afin d'en donner une bonne visualisation. Plus tard, ces contraintes sont transposées grâce aux équivalences établies à la section 3.2. Finalement, un résultat possible est présenté comme exemple de l'aboutissement du procédé.

4.1 Contraintes du système modèle

Le système de contraintes modèles présente une technique permettant l'obtention de formes dont la propriété principale est celle de pouvoir remplir le plan régulièrement et entièrement, sans laisser de régions découvertes, et sans couvrir de régions plus d'une fois. Il s'apparente en cela aux systèmes présentés à la section 3.1. Le système se subdivise en deux séries de contraintes, le vocabulaire et la syntaxe. Par vocabulaire il est entendu les divers segments constituant les limites de chaque tuile. La syntaxe régit les relations spatiales entre ces segments. Les deux aspects ont en commun une propriété essentielle: toutes les contraintes se rapportent à la trame orthogonale régulière (voir figure 10a), et à ses points d'intersection.

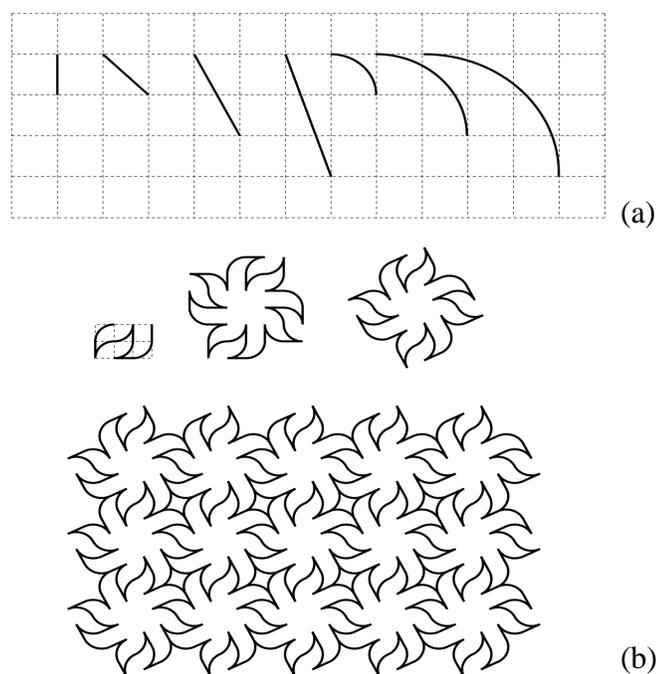


Figure 10:
Vocabulaire du système modèle et exemple de résolution

Le vocabulaire contient 7 éléments que la figure 10a illustre dans le détail. Outre les segments de droite formant la diagonale de rectangles de proportion 1:1, 1:2, 1:3 et rarement 1:4, il est aussi permis d'utiliser les segments de droite parallèles à la trame et les quarts de cercles inscrits dans un carré de côté 1, 2 ou 3. Quant aux règles syntac-

tiques, elles comprennent toutes les symétries du carré, dont *a*) la translation à distance d'un multiple entier de l'unité de la trame, *b*) les réflexions par un axe parallèle à la trame ou à 45° de celle-ci, et *c*) les rotations autour d'un point d'intersection de la trame d'un angle de multiple entier de 45 degrés. La combinaison de plusieurs de ces règles est évidemment acceptable aussi. Les Figures 10b et 11 présentent quelques exemples de résultats de ce système de contraintes.

Le système de contraintes modèle consiste donc en un ensemble de "règles" dont la constante essentielle est que toutes les formes résultantes s'ancrent aux intersections de la trame orthogonale régulière.

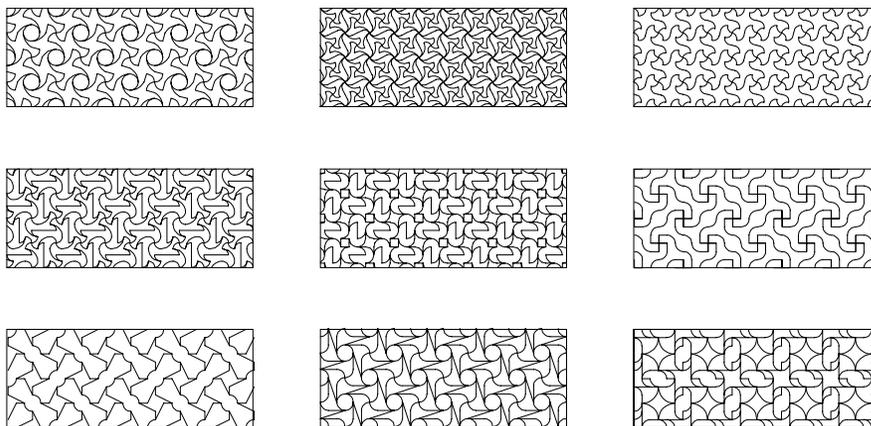


Figure 11:
exemples de motifs selon le système modèle

4.2 Transposition des contraintes

Afin de rendre la transposition plus simple à effectuer, il est utile de réduire le vocabulaire de base. Il suffit pour cela d'exclure les éléments du vocabulaire (figure 10a) qui nécessitent plus d'un carré de la grille. Il reste donc seulement trois segments: le côté du carré, sa diagonale, et le quart de cercle de rayon 1 (figure 12 à gauche).

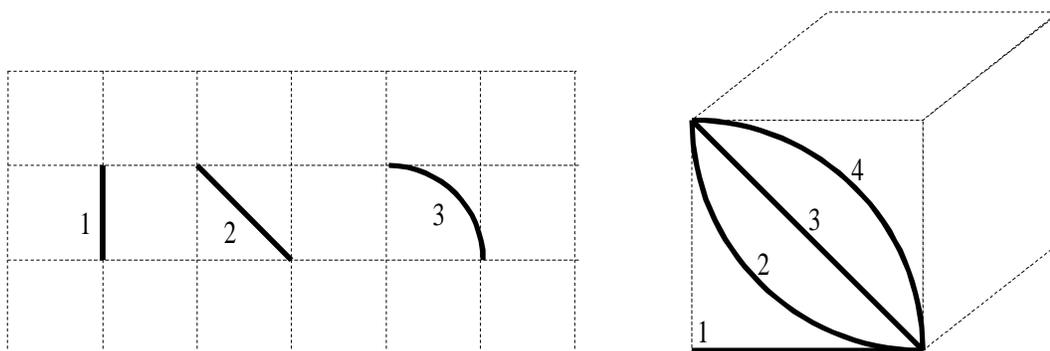


Figure 12:
vocabulaire de base pour transposition et exemple d'usage

La transposition elle-même résulte de l'opération suivante: **Une courbe fermée simple composée des segments donnés distribués sur plusieurs des 6 faces du cube déterminent une surface à l'intérieur de celui-ci.** Il existe bien entendu de nombreuses combinaisons qui peuvent résulter de cette méthode, mais l'intérêt de l'exercice n'est pas tant de créer une classification complète des éléments résultants de la transformation, mais d'illustrer le procédé d'une méthode. Pour cette raison, les solutions se limiteront ici à celles composées de trois ou quatre segments seulement.

Pour les besoins de la clarté, la liste des surfaces de division du cube de côté 1 a été subdivisée de la façon suivante. Des quatre éléments présentés dans le diagramme axonométrique de la figure 12, les éléments 2, 3 et 4 sont équivalents dans la mesure où ils font la connexion entre les mêmes deux pôles du cube de base. Ils peuvent donc être considérés comme des variations d'un même cas. Grâce à cette relation, les éléments du vocabulaire qui sont reliés par ce lien de *parenté* ont pu être réunis dans une même colonne dans le diagramme de la figure 13. Certaines des surfaces ainsi

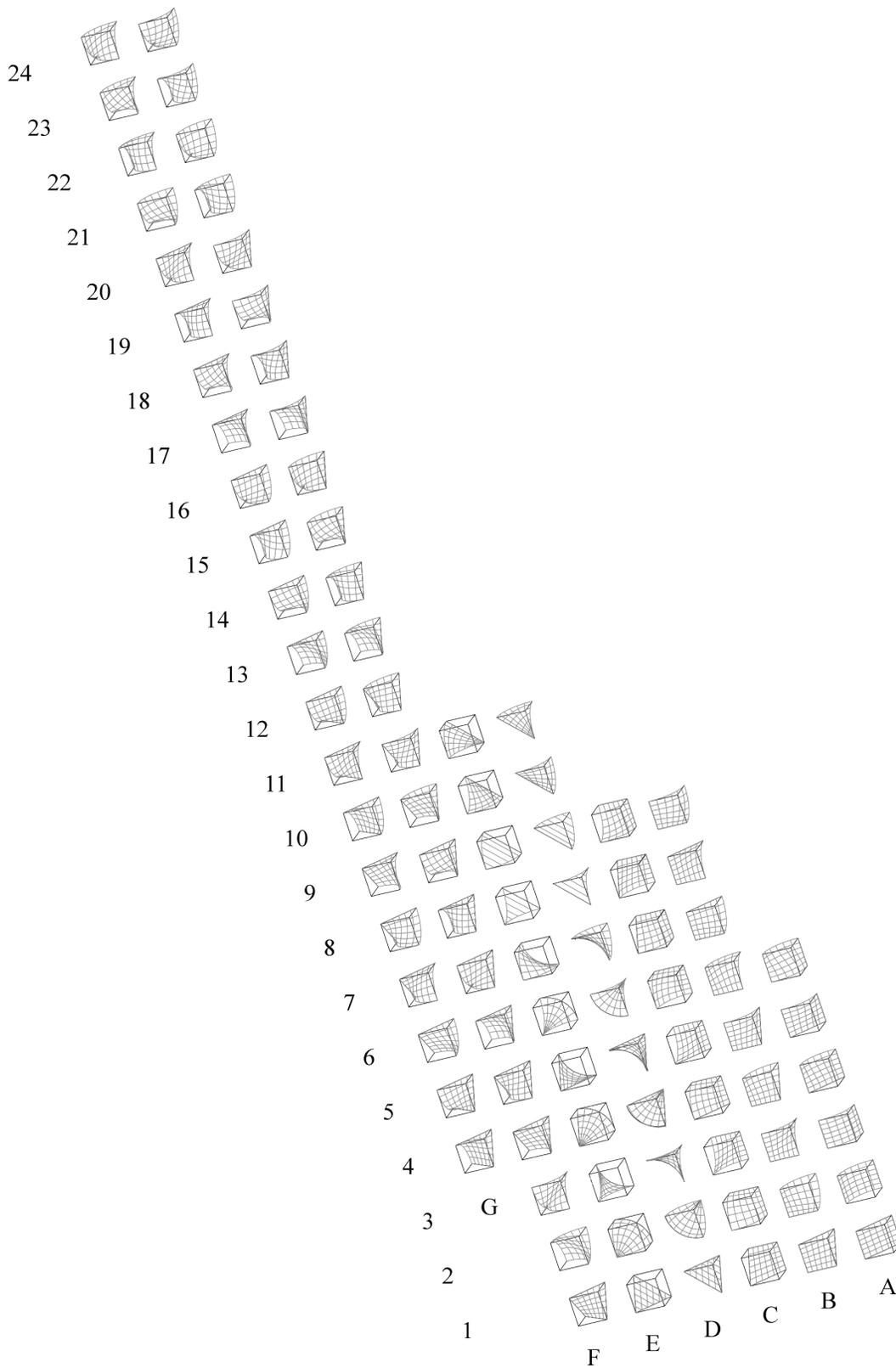


Figure 13:
91 éléments du vocabulaire tridimensionnel du système modèle

définies peuvent être visualisées plus facilement parce qu'elles correspondent à des surfaces régulières de degré 0, 1, 2 ou 3, mais d'autres doivent être visualisées grâce seulement au diagramme de la figure 13. Dans la colonne A se trouvent les surfaces définies par deux segments droits (le segment de droite longeant une face du cube de base) et de deux segments diagonaux, en alternance. La colonne A contient aussi les complémentaires des éléments qui la compose. Par complémentaire est entendu un élément qui, unit à son propre complémentaire, forme un cube entier. C'est donc une propriété réflexive et chaque élément est le complémentaire de son complémentaire. De plus il est possible, à l'occasion qu'un élément soit son propre complémentaire. Dans le cas de la colonne A, le premier élément de la colonne est son propre complémentaire. L'élément A2 trouve son complémentaire en A3, A4 en A5, et A6 est de nouveau son propre complémentaire. de plus, et pour faciliter la visualisation, il peut être utile de noter que la surface définie dans le premier élément de cette colonne est un plan, et dans le deuxième et le troisième (son complémentaire), se retrouve une section de cylindre circulaire de rayon 1.

Dans la colonne B se retrouvent les éléments composés des mêmes segments que précédemment, mais sans l'alternance. La colonne C correspond aux complémentaires. Parmi ces éléments, le premier de chaque colonne définit un parabolöide hyperbolique.

La colonne D (et sa complémentaire, E) présente les éléments définis par trois segments diagonaux consécutifs. Le premier détermine une section de plan, les deuxième et troisième, des sections de sphère de rayon 1 et 2 respectivement, le quatrième, une section de cône circulaire, le sixième, une section de tore et les huitième et neuvième, des sections de cylindre elliptiques.

Les colonnes F et G contiennent les éléments composés de quatre segments diagonaux consécutifs. Seul le premier est son propre complémentaire, déterminant un parabolöide hyperbolique.

Pour ce qui est de la syntaxe, puisque toutes les transformations géométriques conservant la symétrie de la trame orthogonale régulière sont permises dans le modèle bidimensionnel, dans l'espace toutes les transformations conservant la symétrie de la

trame cubique sont valables. L'annexe 1 donne une liste exhaustive de celles-ci. Dans la section suivante, seront utilisés ces nouveaux éléments pour obtenir des formes qui remplissent l'espace.

4.3 Résultats

Au début de ce chapitre, les cellules du système de contraintes de départ ont été définies comme possédant un périmètre constitué de segments déterminant une figure simplement connectée. Ces cellules sont ensuite combinées pour remplir le plan simplement. Dans la situation parallèle dans l'espace, les 98 éléments constituent un vocabulaire de surfaces servant à délimiter le volume de cellules qui peuvent à leur tour se combiner entre elles pour remplir l'espace.

Pour illustrer ce raisonnement, il suffit de construire une forme tridimensionnelle constituée d'éléments de la figure 13 et qui a la propriété de remplir l'espace simplement. Il est évident que pour un tel aboutissement, il est nécessaire d'utiliser toujours un élément et son complémentaire conjointement. Puisqu'il s'agit ici d'un système formant une palette pour l'obtention d'objets remplissant l'espace, il suffira pour démontrer la validité de la transposition de donner un résultat viable de cette méthode. Dans l'exemple qui suit, seuls les éléments F2 et G2, et deux éléments de syntaxe (la rotation autour de l'axe des y et les translations de vecteurs $(1,1,1)$ et $(1,1,-1)$) ont été utilisés.

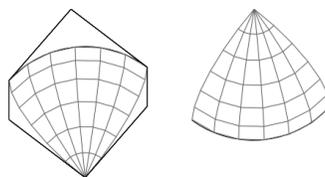


Figure 14:
éléments F2 et G2

Les figures 15 et 16 présentent deux points de vue d'une des formes remplissant l'espace qui peuvent être obtenues avec ces éléments. Elle possède un axe de symétrie verticale. De plus tous les éléments de type F2 (figure 14 à droite) sont au dessus du plan médian, et leurs complémentaires sont au dessous. Divers exemplaires de couleur différentes présentent l'aspect illustré à la figure 17, une fois assemblés pour remplir l'espace.

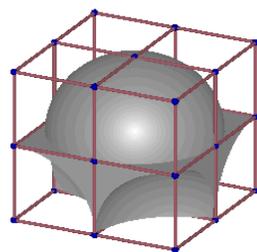


Figure 15:
exemple de remplissage de l'espace selon le système modèle, forme seule; vue de haut

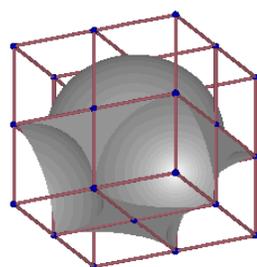


Figure 16:
exemple de remplissage de l'espace selon le système modèle, forme seule; vue d'en bas

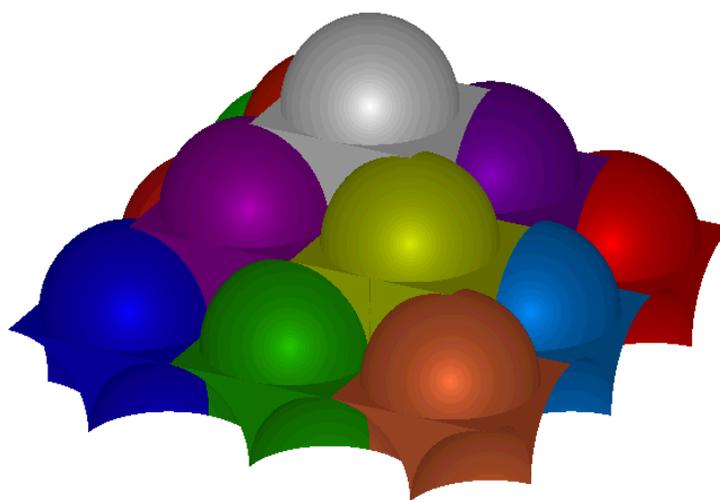


Figure 17:
exemple de remplissage de l'espace selon le système modèle; assemblage

Dans leur ouvrage "Tilings and Patterns", Grünbaum et Shephard mentionnent un type de pavage particulièrement intéressant du fait que, ne contenant qu'un seul type de tuile, il résulte en un motif de structure en spirale. Cette tuile, découverte par Voderberg vers 1936 forme ce qu'on pourrait appeler une monotuile apériodique, c'est-à-dire un pavage à une seule tuile dont les conditions locales ne sont pas constantes suivant la position de référence. Cela signifie que tout en pavant le plan de façon continue, la tuile produit un pavage sans symétries conventionnelles. La figure 8 illustre une telle tuile ainsi que deux pavages périodique et apériodique qui en peuvent résulter.

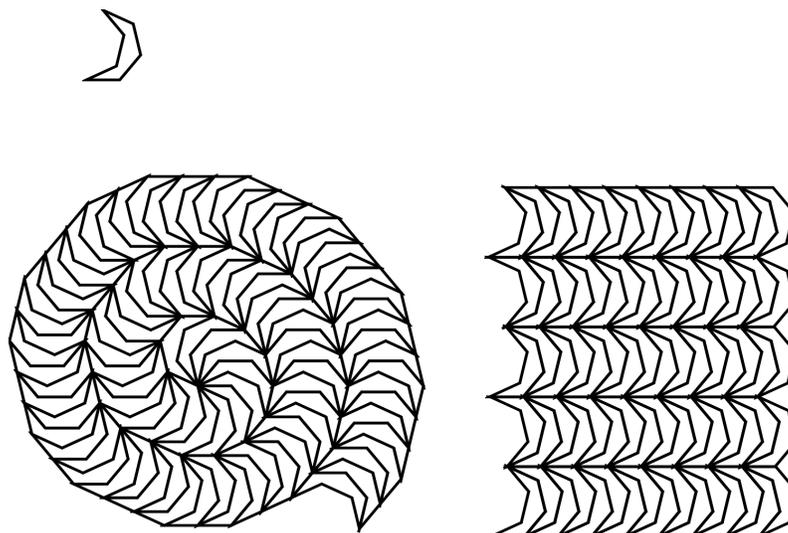


Figure 8:
Monotuile apériodique par Voderberg

Toutes les études précédentes présentent une façon d'obtenir une forme qui peut couvrir le plan exactement sans régions découvertes et sans régions couvertes doublement. De plus il est illustré dans les quelques exemples précédents que la classification des types de pavage dépend de la façon de définir les tuiles individuelles. Il est possible de déterminer un pavage en définissant chaque tuile comme un polygone dont les sommets sont les centres de symétries et les côtés sont les segments entre ceux-ci, ou alors, de définir la forme unique qui couvrira le plan à elle seule. Pourtant, déjà dans cet échantillonnage restreint, il est visible qu'il existe des cas de pavage du plan qui n'entrent pas dans une ou plusieurs de ces catégories. Il est donc surtout intéressant de noter la possibilité de traduction d'un phénomène mathématique en un système de règles répliquable.

3.2 Passage en 3-D: antécédents

L'idée de dimension fait tellement partie intégrante du concept de géométrie qu'il est difficile d'en parler sans trébucher sur des raisonnements circulaires inaperçus. Dans chaque manuel de géométrie élémentaire, la discussion commence avec le point, entité géométrique sans dimensions. Ensuite vient la ligne, avec sa dimension unique, puis le plan, etc., sans que jamais il ne soit nécessaire de définir le terme de dimension autrement qu'en mentionnant la longueur, la largeur ou la profondeur, qui sont des dimensions! Nous en sommes donc de nouveau au même point. Prenant pour acquis l'idée de dimension (et nous nous garderons de rentrer dans le détail des dimensions rationnelles de la théorie du chaos!), il est également pris pour acquis dans le présent que les mondes à 1, 2, 3 et plus de dimensions sont comparables dans leur fonctionnement respectifs. Cette comparaison s'effectue grâce à des équivalences qui existent entre les habitants de chaque monde. Pour les besoins de ce travail, il suffit de passer ces équivalences en revue rapidement pour le cas des mondes à deux et trois dimensions qui sont le sujet de cette recherche.

Dans le contexte du présent travail, tous les raisonnements se rapportent à des objets définis en référence à la trame orthogonale régulière, c'est-à-dire à un système d'axes parallèles à intervalles réguliers, et perpendiculaires. Dans le monde à deux dimensions cela se traduit en deux ensembles de droites parallèles, et dans l'espace, en trois. Par ailleurs, les régions individuelles définies dans ces mondes correspondent à des carrés dans le plan et des cubes en trois dimensions. Ceux-ci sont limités par des segments de droite dans le plan et par des sections de plan dans l'espace. Finalement, ces limites se rencontrent en des points en 2-D et en segments de droite en 3-D. Nous obtenons donc les équivalences suivantes:

En 2-D	En 3-D
2 directions	3 directions
polygone (carré)	polyèdre (cube)
surface	volume
segment	polygone (carré)
droite	plan
point	droite
-	point

Tableau I:
Équivalences 2-D/3-D

Les équivalences ainsi présentées serviront au moment voulu à développer la méthode de transposition d'un monde à l'autre qui forme l'essence de cette recherche. Pour maintenant, il suffit d'ajouter que la différence de complexité entre les entités supposées équivalentes promet de créer des divergences qui augmenteraient les variations dans la version transposée.

3.3 Projectif

Le système de contraintes qui sera utilisé pour tester la méthode de transposition contient plusieurs catégories. La première concerne une méthode de remplissage du plan similaire à celles discutées à la section 3.1, et la deuxième a à faire avec les lois de la géométrie projective. Ce sont les antécédents de cette catégorie qui sont exposés dans cette section.

La façon la plus simple de décrire les prémisses de la géométrie projective est sans doute de la replacer au sein de la hiérarchie existante des domaines de la géométrie générale. Cette hiérarchie, décrite pour la première fois par le mathématicien Félix Klein en 1872²², se présente, similairement au développement de l'art moderne sous la forme d'un arbre à branches multiples. Cette section ne concerne en réalité qu'un seul endroit dans cette configuration, et il ne vaut donc la peine d'étudier que la branche qui y conduit. Les divers niveaux (les générations, dans l'analogie de l'arbre généalogique) s'incluent en ordre descendant. Ainsi, la géométrie affine inclue les axiomes de la géométrie projective, en plus d'autres définitions. Les différents niveaux se différencient en fait par la quantité de leurs transformations, versus celle de leurs invariants. En ordre de généralité décroissante, les domaines se placent de la façon suivante:

Topologie
Géométrie Projective
Géométrie Affine
Géométrie Métrique.

La topologie, aussi nommée la géométrie de caoutchouc, possède le moins d'invariants. Elle étudie les concepts de continuité, et de connectivité. La géométrie projective ajoute à cette liste la propriété d'incidence. À cela se rajoute le parallélisme pour la géométrie affine, et les mesures de distance et d'angle pour la géométrie métrique. À l'inverse des invariants, les transformations deviennent de plus en plus nombreuses à mesure que nous nous rapprochons de la topologie. Ce qui est une transformation dans

²²Klein, F., *Le Programme d'Erlangen*.

la géométrie affine (par exemple les symétries telle la réflexion par un point aussi appelée rotation d'ordre 2) devient un invariant pour la géométrie projective.

La géométrie projective interprète l'idée de parallélisme de façon plus générale que les géométries précédentes. En effet, en géométrie projective, l'axiome déterminant le caractère unique de la droite passant par un point donné parallèle à une droite donnée n'est pas valide. Par conséquent, la notion de parallélisme ne peut servir d'argument pour aucun raisonnement. Par contre, la géométrie projective reconnaît la notion d'incidence²³. Ce rapport se traduit de plusieurs façons. Un point sur une droite, une droite sur un point, un point sur un autre, une droite ou un point sur un plan, et inversement...; tous se rapportent à la même définition. Présentant ce fait d'une autre façon, le fait que deux droites se rencontrent à l'infini est donc équivalent à ce qu'elles se rencontrent en un point fini, et par conséquent, les deux configurations sont équivalentes. Il est donc possible d'effectuer ce qui en géométrie affine serait une transformation, mais qui préserve la 'symétrie projective', c'est-à-dire l'identité projective de la configuration. La figure 9 illustre bien cette équivalence. En effet, toutes les droites horizontales de la configuration se rencontrant à l'infini, peuvent aussi bien se rencontrer à l'intérieur du champ d'observation (configuration *b*). Le même raisonnement est valide pour les droites verticales (configurations *b* et *c*). La réduction des paramètres de la géométrie projective a pour conséquence que des symétries supplémentaires se trouvent valides. Cette circonstance sera très utile à une étape plus avancée de la recherche et devra être retenu pour ce moment.

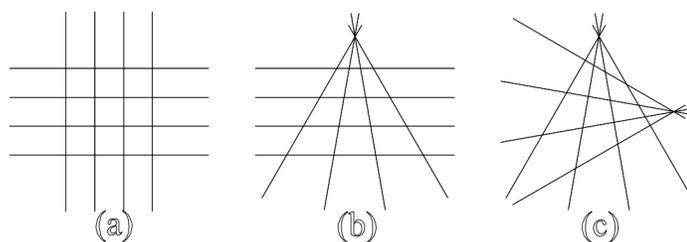


Figure 9:
Configurations
projectivement équivalentes

²³Hilbert, D., et Cohn-Vossen, S., Geometry and the Imagination, page 94.



Figure 6:
Escher No.64, Feuillage, M.C.Escher, 1944, 276 x 205 mm.

Heesch dans son FlächenschluB, publié conjointement avec O. Kienzle en 1963²¹, réunissait ses résultats en 28 types de symétries (figure 7).

Tafel 10. Die 28 Grundtypen des Flächenschlusses

Netzecken	6	5		4			3			
Netze	333333	63333	43433	44333	6363	6434	4444	666	884	12, 12, 3
GRUPPEN	p1									
	p2									
	p3									
	p6									
	p4									
	pg									
	pgg									

Die starke Umrandung umfaßt die 9 Haupttypen, von denen die anderen durch Schrumpfung von Linien oder Linienpaaren entstanden gedacht werden können.
 Die Nummer rechts unten in jedem Feld ist die Nummer des zugehörigen Einzelblattes, S.65 bis 77.
 Netzecke
 Drehpunkt einer C-Linie

Figure 7:
28 types de symétrie par Heesch.

Il affirme couvrir toutes les possibilités de pavage à l'aide d'une seule tuile et subdivise ses 28 types de deux manières. Horizontalement d'abord, il regroupe les tuiles selon le nombre de segments qui les forment. Pour lui un segment est défini comme la portion du périmètre qui se trouvent entre deux points auxquels au moins trois tuiles se rencontrent. Il obtient ainsi les tuiles à 6,5,4 et 3 sommets. Subdivisant plus avant, il classe les types selon le nombre de tuiles qui se rencontrent à chacun de ces sommets. Pour les tuiles à quatre sommets, par exemple, il compte 4 combinaisons dont l'une où les quatre sommets forment la rencontre entre quatre tuiles (ce qui correspond entre autres à la trame orthogonale régulière). Verticalement, il subdivise les types selon les classes de symétries qu'ils contiennent. Des 28 types, les 9 qui sont encadrés d'une ligne grasse constituent les types de base dont les autres sont des cas particuliers produits par l'ablation de certains segments.

²¹Heesch, H. et Kienzle, O., D'après la référence de Schattschneider, D., M.C. Escher, *Visions of Symmetry*, page 326.

3.0 Antécédents théoriques

L'ensemble de l'oeuvre abstraite de Hans Hinterreiter, ainsi que le travail effectué dans le cadre de la présente maîtrise sont des applications artistiques de lois mathématiques. Il est pertinent, après avoir établi leurs contextes idéologiques et culturels, d'en examiner les antécédents scientifiques.

Puisqu'il s'agit de la transformation d'un objet existant par un procédé nouveau, cette section devra se subdiviser en deux parties. Tout d'abord, il sera intéressant d'explorer les précédents de l'objet de départ. Sera donc observé le monde de la fragmentation du plan. Est entendu par cela les combinaisons de lois géométriques connues permettant de subdiviser l'espace, soit en formes répétitives s'emboîtant exactement, soit en régions dont l'équivalence peut être rationalisée par une quelconque méthode. Dans un deuxième temps, nous verrons que la transformation qui fait l'objet de la présente étude ne constitue pas un concept absolument nouveau, mais se place dans une tradition tellement établie, qu'elle fait partie du langage scientifique usuel. Finalement, et puisque la méthode de transformation sera testée sur un système de départ différent, les antécédents de ce système seront cités.

3.1 Pavages 2-D: antécédents

L'étude comparative des systèmes de pavage réguliers du plan pourrait constituer à elle seule un travail du volume d'un doctorat, si ce n'est encore plus (cela a d'ailleurs été tenté avec assez de succès par MM. Grünbaum et Shephard dans leur ouvrage «Tilings and Patterns», 1987). Pour cette raison, et parce que le sujet ne représente qu'une des sections du présent travail, ne sont développés ici que certaines des méthodes de pavage régulier. Il est important de noter qu'il ne s'agit donc ici aucunement d'un catalogue exhaustif des théories de pavage existantes, mais plutôt d'une promenade dans un domaine mathématique pertinent.

Le monde des théories du pavage du plan, pour méconnu qu'il soit, n'en demeure pas moins extrêmement vaste. Une classification systématique de toutes les possibilités s'avérerait donc exceptionnellement difficile, particulièrement parce que celle-ci dépendrait en grande partie du point de vue, de la part du chercheur, par lequel le problème est approché. Dépendant de ceci, certains cas peuvent se trouver éliminés à priori, sans même avoir été considéré, parce qu'ils semblent un cas trop extrême de la problématique. Pour cette raison, il devient très difficile de comparer les systèmes, à moins de trouver des exemples illustrant les principes de certains systèmes et étant ignorés de certains autres.

Parmi ceux recensés, les systèmes de Conway, Escher, Heesch, Vorderberg et finalement Ostwald et Hinterreiter ont été analysés plus en détail. Ces derniers sont bien sûr étudiés le plus précisément puisqu'ils font l'objet de la maîtrise.

John H. Conway, d'abord, est présentement professeur au département de mathématique de l'université de Princeton au New Jersey. Il a développé un critère grâce auquel il est possible de déterminer si une courbe fermée remplira le plan sans laisser de vides et sans superpositions. Il propose de considérer comme pavable les tuiles qui s'accordent aux restrictions suivantes, admettant que le périmètre de la tuile aie pu être subdivisé en six parties a , b , c , d , e et f :

-deux de ces segments opposés, par exemple a et d , doivent être «parallèles» dans le sens qu'ils sont congruents et orientés de la même manière,

-et les autres segments doivent être centrosymétriques, ce qui veut dire qu'ils sont congruents à leur propre image obtenue par une rotation de 180° .

De plus, les segments opposés décrits dans la première partie du critère, a et d , doivent non seulement être parallèles mais doivent aussi former un parallélogramme en suivant le périmètre de la tuile dans une même direction pour les deux segments (d'après Göbel¹⁹). Ainsi la tuile 'a' de la figure 3 respecte le critère, la tuile 'b' ne forme pas un parallélogramme avec les sommets des segments a et d , et la tuile 'c' respecte le critère même si le parallélogramme-test est réduit à une ligne. Finalement, d'après Doris Schattschneider, un ou plusieurs de ces segments peuvent être inexistant²⁰ à condition, bien entendu, que si a est manquant, d l'est également puisque ces deux segments sont associés.

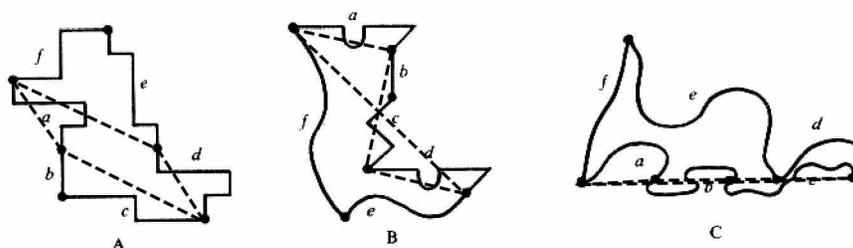


Figure 3:
Exemples de tuiles d'après Conway

Ce critère s'avère une condition suffisante mais non nécessaire pour déterminer si une tuile donnée permet de paver le plan. En effet il ne considère que les tuiles qui pavent «bien» le plan dans le sens que seuls la translation et une rotation sur 180° sont considérés acceptables. Cela laisse donc en plan les tuiles qui se joignent après une rotation d'angle autre que 180 (par exemple 90 , 60 , 30 , etc.), ou une réflexion.

Escher de son côté a surtout cherché à répertorier les pavages qu'il créait dans son œuvre graphique. De ce point de vue, il n'était important d'inventorier que les tuiles qui existaient dans les mondes qu'il avait inventés. La périodicité étant essentielle, les tuiles remplissant le plan aperiodiquement (voir exemple de Voderberg, page 33), entre

¹⁹Göbel, F. D'après la référence de Schattschneider, D., «Will it tile? Try the Conway Criterion!», in *Mathematical Magazine*, Volume 53, 1980, page 224.

²⁰Schattschneider, D., «Will it tile? Try the Conway Criterion!», in *Mathematical Magazine*, Volume 53, 1980, page 225.

autres, n'entraient pas en considération. Par contre, Escher considéra aussi les pavages admettant la tuile et sa réflexion (figure 4), ceux composées de plusieurs tuiles diverses (figure 5), ainsi même que ceux dont les éléments continuaient à l'infini (figure 6). Ce qui l'intéressait par ailleurs était plutôt la parenté qui existait entre les types, et le problème topologique posé par le choix des couleurs et le nombre de celles-ci nécessaires pour éviter la répétition de la même couleur sur deux tuiles adjacentes.

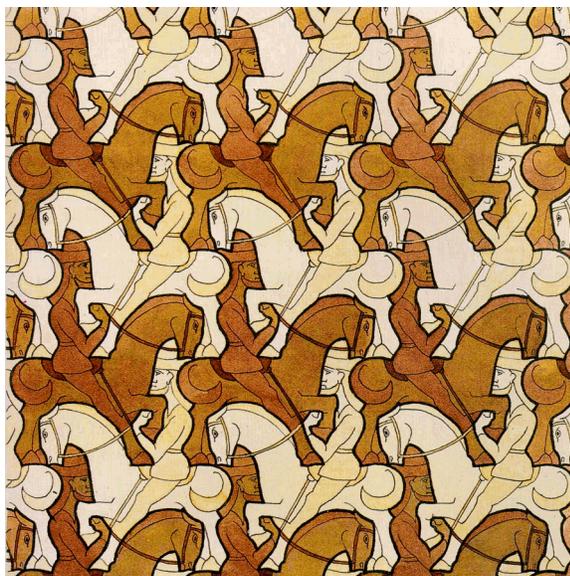


Figure 4:
Escher No.67, Cavaliers, M.C.Escher, 1967, 213 x 214 mm.



Figure 5:
Escher No.42, Coquillage et étoiles de mer, M.C.Escher, 1941, 244 x 239 mm.

7.0 Opus 84: déformation

Le chapitre 6 a servi à illustrer l'application de la méthode de transformation développée sur la partie affine et métrique du système de contraintes géométriques de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter, correspondant à la configuration de la figure 20. Similairement, le chapitre 7 illustre l'application de la même méthode sur l'ensemble des contraintes de déformation de la même oeuvre. Il sera procédé de la même façon, d'abord en déduisant les contraintes de départ à partir de la configuration donnée par l'esquisse de la figure 21. Plus tard, ces contraintes seront transposées dans le langage du monde tridimensionnel, déterminant ainsi une configuration équivalente à la grille projective de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter.

7.1 Contraintes de déformation

La configuration de la trame de déformation est beaucoup plus simple que celle de vocabulaire et de syntaxe. Par conséquent, les contraintes sont beaucoup moins nombreuses. De plus elles ne concernent que la structure de la grille de positionnement des cellules. Il est donc possible, simplement, d'utiliser les polyèdres composés et leurs relations spatiales développées au chapitre précédent, et de leur appliquer les contraintes établies ici.

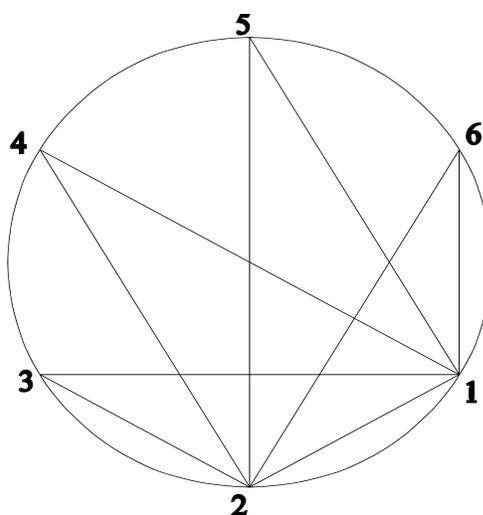


Figure 48:
configuration de déformation de l'Opus 84

La configuration de la figure 48 ne se transpose donc qu'en des contraintes de déformation, qui peuvent s'exprimer ainsi:

À la différence d'une trame orthogonale régulière,

- 1-deux faisceaux d'axes sont définis, partant de deux foyers
- 2-les foyers sont situés sur la circonférence du cercle de délimitation
- 3-l'angle entre les foyers par rapport au centre du cercle est de 60°
- 4-dans chaque faisceau, l'angle entre les axes est de 30°
- 5-une axe connecte les deux foyers

Les contraintes 2 et 3 seulement se réfèrent au cercle de délimitation du champ d'étude. Il est pourtant vrai qu'il serait possible d'étendre la structure ainsi établie au-

delà de celui-ci puisqu'il ne sert finalement qu'à définir la position relative des foyers. Toutes ces contraintes servent à définir la trame de la structure qui sert de support aux formes et aux relations de la configuration de vocabulaire et de syntaxe de l'Opus 84. Elles définissent donc un ensemble fermé de contraintes géométriques cohérentes.

7.2 Transposition des contraintes de déformation et résultats

Comme cela a été fait à la section 6.2, les contraintes de la section précédente doivent être transposées selon les équivalences établies. Cette transformation produit les résultats suivants:

#	en deux dimensions	en trois dimensions
D1	deux faisceaux d'axes sont définis, partant de deux foyers	trois 'faisceaux' de plans sont définis, partant de trois foyers
D2	les foyers sont situés sur la circonférence du cercle de délimitation	les foyers sont situés sur la circonférence de la sphère de délimitation
D3	l'angle entre les foyers par rapport au centre du cercle est de 60°	l'angle entre les foyers par rapport au centre de la sphère est de 60°
D4	dans chaque faisceau, l'angle entre les axes est de 30°	dans chaque faisceau, l'angle entre les plans est de 30°
D5	une axe connecte les deux foyers	un plan connecte les deux foyers

Tableau IV:
contraintes de déformation 2-D et 3-D

Les plans ainsi définis déterminent la trame de support équivalente en 3-D à celle de la figure 48. Au lieu de deux faisceaux de droites subdivisant un cercle en quadrilatères entiers ou partiels, le résultat présente trois 'faisceaux' de plans déterminant des 'cuboïdes' entiers ou partiels. Dans les différents points de vues présentés à la figure 49, nous voyons la symétrie qui se présente entre les trois foyers, ainsi que de nombreux "cubes de base" déformés qui se trouvent inclus dans la sphère résultante de la transposition de deux en trois dimensions des contraintes de déformation de l'Opus 84. La première vue de la figure 49 présente la configuration vue perpendiculairement au plan incident aux trois foyers. Cette vue présente bien la symétrie axiale qui existe. La deuxième vue est parallèle au plan incident aux foyers. Le plan incident est bien visible sur la tranche du côté gauche de la sphéroïde. La troisième vue montre l'arrière de la sphéroïde, c'est-à-dire un côté où le plan incident aux foyers n'est pas visible. La

quatrième vue, finalement, montre la section de la sphéroïde par le plan passant par un des foyers et l'axe de symétrie. Il est important de noter qu'une seule axe de symétrie se présente, comparativement aux nombreuses symétries de la trame orthogonale régulière. En effet, ce fait signifie que l'orientation relative des objets sur lesquels sont appliqués ces contraintes aura des conséquences sur le produit final.

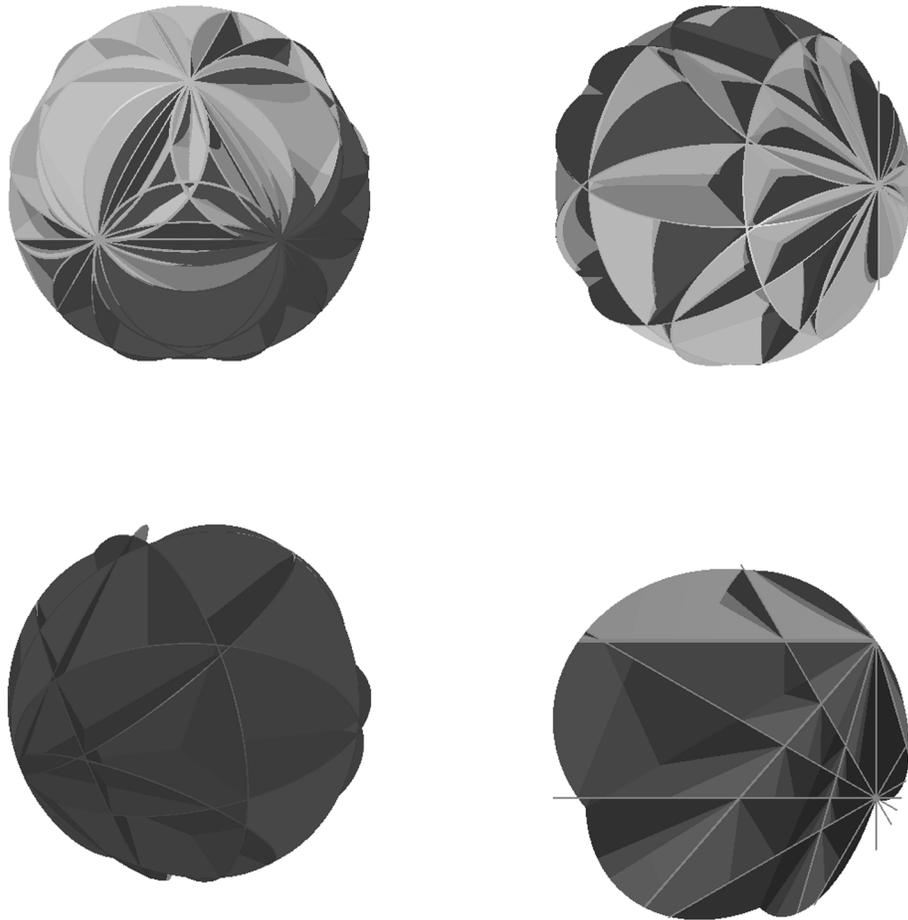


Figure 49:
trame de déformation résultante de la transposition

Partie III: Conclusion

8.0 Discussion

Pour récapituler, le passage de 2-D en 3-D aura été effectué à trois reprises. En premier, il a été appliqué au système modèle, puis à l'Opus 84, d'abord aux contraintes affines et métriques, et ensuite, indépendamment, aux contraintes de déformation. Malgré que cette recherche soit une étude de cas, elle a donc pu couvrir assez de terrain vers une généralisation de cette méthode de transfert de contraintes du plan à l'espace. Cela est particulièrement vrai du fait que les systèmes de départ, quoique tous les trois composés de contraintes de symétries et de mesure, se traduisent en des résultats visuels très différents.

Le premier système, qui a servi pour développer la méthode, est parti d'un vocabulaire de trois éléments (en fait quatre, avec le symétrique), et d'onze règles de syntaxe (les symétries du carré: l'identité, la symétrie centrale, la rotation autour du centre par 90° , 180° et 270° , la réflexion par les deux diagonales et les deux parallèles du carré et la translation dans deux directions perpendiculaires). Ces éléments de vocabulaire sont devenus au moins 98 et les règles de syntaxe se sont tout naturellement traduites par les symétries du cube (34). Ce qui donne l'"équation" suivante:

$$4 \times 11 \Rightarrow 98 + 34.$$

Les contraintes métriques et affines de l'Opus 84, quant à elles ont suivi une voie similaire. Parti de deux éléments de vocabulaire (trois avec le symétrique), et trois règles de syntaxe (la symétrie centrale et la translation en deux directions perpendiculaires), ce système a donné sept éléments de vocabulaire (les sept variantes d'angle de la section 6.2, qui sont neuf avec les variantes à points flottants non-liés), et quatre règles de syntaxe (la symétrie par le centre du cube de base, et trois translations perpendiculaires). Les contraintes affines et métriques de l'Opus 84 ont suivi l'"équation" suivante:

$$3 \times 3 \Rightarrow 9 \times 4.$$

Les contraintes de déformation, quant à elles sont dans une situation différente. En effet, elles n'ont pas été divisées en deux types, et donc ne peuvent pas former une «équation» comme les autres. Il suffit de noter qu'une seule variante a été développée.

Il est apparent par ces trois transpositions que la méthode de transposition utilisée produit plus de variante qu'elle ne possède au départ, mais n'est-ce pas le propre de l'espace que d'avoir une structure plus complexe que le plan? Plusieurs autres facteurs, pourtant, ont une influence plus ou moins directe sur le nombre de variantes du résultat. Tout d'abord, bien sûr, cela dépend du nombre de variantes de départ. Puis, comme nous l'avons vu dans la détermination des éléments de vocabulaire 3-D correspondant à l'Opus 84, il est parfois nécessaire d'ajouter de l'information pour assurer la faisabilité de l'opération (il s'agit ici évidemment de l'adjonction des points flottants). Il est parfois possible, de plus, d'utiliser une observation incidente faite sur le système de départ et de s'en servir comme contrainte exclusive. Le problème avec cette action est que l'on peut facilement se laisser tromper et utiliser une de ces observations même si elle est en fait tout à fait subjective. Il s'agit par exemple de la contrainte M12: Les régions entières de densité double sont similaires aux polygones par une réflexion simple. Cela peut être interprété et transposé de plusieurs façons, et demeure probablement accidentel. Le tout forme donc un ensemble assez hétérogène, et demande à être nettoyé extensivement avant de pouvoir être vraiment considéré général. Ce qui peut être dit dès à présent, pourtant, est que la transposition est possible, au moins dans certains cas.

Une dernière observation est importante, par rapport au succès de la transposition. En effet, il serait intéressant de mettre en question la véracité de l'hypothèse suivante: Est-ce essentiel que les contraintes soient basées sur la trame orthogonale régulière? Les trois transpositions ont-elles été un succès du fait qu'elles se réfèrent à une trame qui elle-même se transpose en 3-D? Il est intéressant de noter, en effet, que des trois fragmentations régulières du plan par des polygones réguliers (le triangle équilatéral, le carré et l'hexagone régulier), seule celle qui a servi ici (le carré) possède un équivalent dans l'espace (le cube). En effet, le triangle équilatéral possède trois équivalents en 3-D, le tétraèdre, l'octaèdre et l'icosaèdre (figure 55), dont aucun ne remplit l'espace à lui seul. Quant à l'hexagone, il n'a pas de correspondant en 3-D puisqu'à

chaque sommet d'un polyèdre au moins trois polygone doivent se toucher, et que trois hexagones forment déjà 360° dans ce cas.

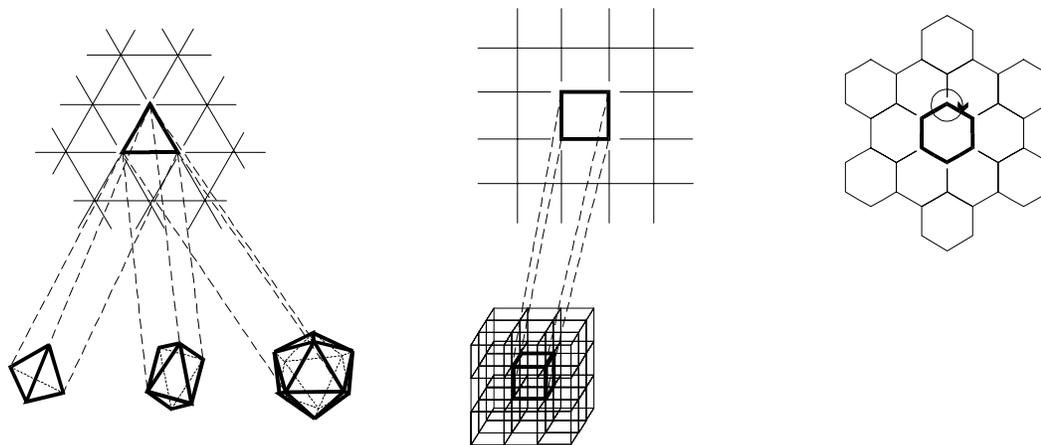


Figure 55:
Les trois trames régulières 2-D et leurs équivalences 3-D

9.0 Conclusion et remarques

Si le but concret initial était de développer la géométrie exacte d'un objet tridimensionnel basé sur la structure de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter, il est apparu assez tôt dans la recherche que cela ne se réaliserait pas. En effet, plusieurs obstacles se présentèrent bientôt, particulièrement l'existence de plusieurs variantes toutes aussi valides quant à leur équivalence avec l'original du peintre suisse. La recherche s'est donc d'une certaine façon modifiée pour comprendre plutôt un compte-rendu du raisonnement d'un tel processus. Par contre, d'autres intentions par rapport à la recherche ont eu un succès plus définitif. De fait, les techniques nécessaires à l'accomplissement de la recherche scientifique ont été pratiquées. Ces techniques comprennent la recherche factuelle aussi bien que la rédaction. Par ailleurs, la géométrie du monde 3-D a pu être explorée extensivement. Cela a été effectué aussi bien par la lecture, notamment grâce à certains articles de la revue "Topologie Structurale" éditée par Janos Baracs, et par du travail pratique (par la conception de maquettes matérielles aussi bien que virtuelles). Finalement, cette recherche m'aura permis d'utiliser le logiciel développé par le Groupe de Recherche en CAO de l'Université de Montréal. Ce dernier facteur a plusieurs conséquences. Tout d'abord, cela m'a permis d'étendre mes connaissances informatiques, puis cela m'a forcé à considérer un nouveau point de vue par rapport à la composition de l'espace, et finalement, cela m'a permis de tester le logiciel en question pour un usage inhabituel qui n'avait pas été anticipé par ses développeurs.

Du point de vue idéologique, il serait pertinent de noter quelques comparaisons avec l'oeuvre de Hans Hinterreiter. Tout d'abord il est intéressant que j'ai fait usage de la théorie de la géométrie projective (qui a commencé ses jours avec les lois de la perspective) pour transposer une oeuvre que j'ai choisi d'interpréter de façon non-perspectiviste. En effet, je suis partie de la prémisse que l'Opus 84 de Hans Hinterreiter n'était *pas* une représentation 2-D d'un espace 3-D, mais plutôt une représentation de lui-même, selon la philosophie du constructivisme. Cela m'a permis de considérer la struc-

ture de la peinture comme une fluctuation de la nature du plan plutôt que comme une vision déformée d'un plan homogène. Une deuxième remarque semble pertinente. Comme tous les logiciels de programmation servant à la modélisation géométrique, le logiciel utilisé, SGDLsoft est construit de façon à ce que toutes les décisions quant à la structure de l'objet final soient faites avant l'exécution, similairement à la pratique du constructivisme. En effet, l'interface du système est telle que la programmation des objets est à toute fin pratique indépendante de l'exécution, et que celle-ci peut s'effectuer à la fin uniquement, une fois toutes les contraintes déterminées. La similitude est profonde puisque dans les deux méthodes (le développement d'une oeuvre constructiviste et la conception d'un objet sur SGDLsoft), la conception est séparée temporellement de l'exécution.

Au niveau pratique, plusieurs remarques pertinentes peuvent être faites. La conception d'un objet tridimensionnel basé sur un modèle 2-D pose un problème pratique du fait de la nature de l'observateur. En général, un objet 2-D est complexe par sa structure interne. En effet, l'Opus 84 est intéressant non pas par ce qui se passe sur sa circonférence, mais par ce qui se trouve sur sa surface. L'équivalence dans l'espace demanderait que la complexité de l'oeuvre correspondante en 3-D ne se trouve pas sur la surface de l'objet (sa circonférence), mais dans son intérieur (son volume). Mais comment voir cette complexité si l'objet final est plein (comme l'est le disque de l'Opus 84)? Pour répondre à cette question, il convient de retourner à l'expérience de l'appréciation de l'Opus 84. De fait, pour recevoir tout l'impact de la peinture, il faut se situer devant, c'est-à-dire dans une dimension qui ne fait pas partie de l'objet (il faut se placer perpendiculairement à la surface. De la même façon faudrait-il introduire une dimension additionnelle pour avoir une appréciation complète de la «sphère» obtenue à partir de l'Opus 84. Celle-ci possède déjà trois dimensions propres. Dans notre compréhension actuelle du monde, le temps peut être considéré la quatrième dimension à toute fin pratique. La question est donc: comment se sert-on de cette dimension pour «voir» l'intérieur de l'objet obtenu? La réponse évidente serait d'utiliser le mouvement qui est la combinaison de plusieurs dimensions (incluant le temps); le mouvement comme transformation de la position relative de plusieurs composantes. Il serait possible, par exem-

ple, de changer la position relative de l'observateur et de l'objet, mais cela ne permettrait encore une fois que de voir la surface extérieure de l'objet (comme la sculpture est habituellement observée). Il serait par ailleurs possible d'utiliser le mouvement en changeant la position relative des différentes composantes de l'objet. Cela créerait une espèce d'animation où les parties s'emboîteraient comme le font les pièces d'un puzzle. Cette méthode semblerait la solution la plus raisonnable, particulièrement puisque l'observation se fait souvent de cette façon. En effet, l'interprétation de l'univers visuel est un processus linéaire où les yeux suivent une trajectoire dont la vision globale n'est qu'une étape. Il existe aussi ce qu'on pourrait appeler des pseudo-dimensions, qui peuvent dans certains cas améliorer la compréhension d'une configuration spatiale. Il s'agit d'indices comme par exemple la couleur, la densité (qui n'est pas toujours appréhendable), la texture, le degré de transparence, etc.

Toujours au niveau pratique, il est intéressant de noter une différence majeure entre les systèmes de contraintes auxquels ont été appliqués la transposition en 3-D. En effet, il y a une raison importante pour laquelle le nombre de variantes résultantes varie aussi fortement d'un système à l'autre. Dans le système modèle, le vocabulaire et la syntaxe déterminait un système général permettant l'obtention de tuiles remplissant le plan. Le point de départ constituait donc un ensemble inclusif de règles permettant d'obtenir une infinité de résultats.. Pour le système de l'Opus 84, le point de départ était un exemple d'un système, et seule les règles appliquées à cet exemplaire spécifique ont été retenues. Il s'est donc agi d'un système exclusif. Cette différence aura fait que dans le premier cas le résultat a été un nouveau système général permettant le remplissage de l'espace, alors que dans le cas de l'oeuvre de Hans Hinterreiter, le produit final a été un objet possédant les caractéristiques de l'Opus 84. Pour la répliquabilité de la recherche, il est important de noter cette différence puisque de cela dépend l'identité du produit final.

Finalement, il est important de noter les applications possibles de ces résultats. Ceux-ci existent évidemment dans l'art actuel, mais possèdent aussi une conséquence possible dans le domaine de l'aménagement. En effet, il s'est agi ici tout le long d'un

exploration de la composition de l'espace. Et qu'y a-t-il de plus essentiellement architectonique que la composition de l'espace? Qu'y a-t-il de plus important que la compréhension de l'espace pour une bonne pratique de cette discipline qu'est l'architecture?

Annexes

Annexe 1

Symétries du cube

Annexe I

Symétries du cube (d'après J. Baracs)

Nom	Symétries/ Transformations	N	S	E	O	H	B	EHS	OBN	OHS	EBN	EBS	OHN	EHN	OBS	Inverse
A	Identité	N	S	E	O	H	B	EHS	OBN	OHS	EBN	EBS	OHN	EHN	OSB	A
B	Par le centre (0,0,0)	S	N	O	E	B	H	OBN	EHS	EBN	OHS	OHN	EBS	OBS	EHN	B
C	Rot. axe des X, 90°	H	B	E	O	S	N	ESB	ONH	OSB	ENH	ENB	OSH	ESH	ONB	E
D	Rot axe des X, 180° (Sym. axiale)	S	N	E	O	B	H	EBN	OHS	OBN	EHS	EHN	OBS	EBS	OHN	D
E	Rot axe des X, 270°	B	H	E	O	N	S	ENH	OSB	ONH	ESB	ESH	ONB	ENB	OSH	C
F	Rot axe des Y, 90°	O	E	N	S	H	B	NHE	SBO	SHE	NBO	NBE	SHO	NHO	SBE	H
G	Rot axe des Y, 180° (Sym axiale)	S	N	O	E	H	B	OHN	EBS	EHN	OBS	OBN	EHS	OHS	EBN	G
H	Rot axe des Y, 270°	E	O	S	N	H	B	SHO	NBE	NHO	SBE	SBO	NHE	SHE	NBO	F
I	Rot axe des Z, 90°	N	S	H	B	O	E	HOS	BEN	BOS	HEN	HES	BON	HON	BES	K
J	Rot axe des Z, 180° (Sym axiale)	N	S	O	E	B	H	OBS	EHN	EBS	OHN	OHS	EBN	OBN	EHS	J
K	Rot axe des Z, 270°	N	S	B	H	E	O	BES	HON	HES	BON	BOS	HEN	BEN	HOS	I
L	Rot axe (0,0,0)-(1,1,0) (Sym axiale)	S	N	H	B	E	O	HEN	BOS	BEN	HOS	HON	BES	HES	BON	L
M	Rot axe (0,0,0)-(1,-1,0) (Sym axiale)	S	N	B	H	O	E	BON	HES	HON	BES	BEN	HOS	BOS	HEN	M
N	Rot axe (0,0,0)-(1,0,1) (Sym axiale)	O	E	S	N	B	H	SBE	NHO	NBE	SHO	SHE	NBO	SBO	NHE	N
O	Rot axe (0,0,0)-(1,0,-1) (Sym axiale)	E	O	N	S	B	H	NBO	SHE	SBO	NHE	NHO	SBE	NBE	SHO	O
P	Rot axe (0,0,0)-(0,1,1) (Sym axiale)	B	H	O	E	S	N	OSH	ENB	ESH	ONB	ONH	ESB	OSB	ENH	P
Q	Rot axe (0,0,0)-(0,1,-1) (Sym axiale)	H	B	O	E	N	S	ONB	ESH	ENB	OSH	OSB	ENH	ONH	ESB	Q
R	Rot axe (0,0,0)-(1,1,1), 120°	O	E	H	B	S	N	HSE	BNO	BSE	HNO	HNE	BSO	HSO	BNE	S
S	Rot axe (0,0,0)-(1,1,1), 240°	B	H	S	N	E	O	SEH	NOB	NEH	SOB	SOH	NEB	SEB	NOH	R
T	Rot axe (0,0,0)-(-1,1,1), 120°	B	H	N	S	O	E	NOH	SEB	SOH	NEB	NEH	SOB	NOB	SEH	U
U	Rot axe (0,0,0)-(-1,1,1), 240°	E	O	B	H	S	N	BSO	HNE	HSO	BNE	BNO	HSE	BSE	HNO	T

V	Rot axe (0,0,0)-(1,-1,1), 120°	H B S N O E SOB NEH NOB SEH SEB NOH SOH NEB W
W	Rot axe (0,0,0)-(1,-1,1), 240°	O E B H N S BNE HSO HNE BSO BSE HNO BNO HSE V
X	Rot axe (0,0,0)-(-1,-1,1), 120°	E O H B N S HNO BSE BNO HSE HSO BNE HNE BSO Y
Y	Rot axe (0,0,0)-(-1,-1,-), 240°	H B N S E O NEB SOH SEB NOH NOB SEH NEH SOB X
Z	Refl plan X-Y	S N E O H B EHN OBS OHN EBS EBN OHS EHS OBN Z
AA	Refl plan Y-Z	N S O E H B OHS EBN EHS OBN OBS EHN OHN EBS AA
BB	Ref. plan X-Z	N S E O B H EBS OHN OBS EHN EHS OBN EBN OHS BB
CC	Refl plan (1,1,1)-(1.1.-1)-(-1,-1,-1)-(-1.-1.1)	N S H B E O HES BON BES HON HOS BEN HEN BOS CC
DD	Refl plan (1,-1,1)-(1.-1.-1)-(-1,1,-1)-(-1.1.1)	N S B H O E BOS HEN HOS BEN BES HON BON HES DD
EE	Refl plan (1,1,1)-(1.-1.-1)-(-1,-1,-1)-(-1.1.1)	B H E O S N ESH ONB OSH ENB ENH OSB ESB ONH EE
FF	Refl plan (1,-1,1)-(1.1.-1)-(-1,1,-1)-(-1.-1.1)	H B E O N S ENB OSH ONB ESH ESB ONH ENH OSB FF
GG	Refl plan (1,1,1)-(1.1.-1)-(-1,-1,-1)-(1.-1.1)	O E S N H B SHE NBO NHE SBO SBE NHO SHO NBE GG
HH	Refl plan (-1,1,1)-(1.1.-1)-(1,-1,-1)-(-1.-1.1)	E O N S H B NHO SBE SHO NBE NBO SHE NHE SBO HH
II	Rot axe(1,1,1)-(-1,-1,-1), 60° x Refl plan (0,-1,1)-(1,0,-1)-(-1,1,0)	H B S N E O SEB NOH NEB SOH SOB NEH SEH NOB JJ
JJ	Rot axe(1,1,1)-(-1,-1,-1), 300° x Refl plan (0,-1,1)-(1,0,-1)-(-1,1,0)	O E H B N S HNE BSO BNE HSO HSE BNO HNO BSE II
KK	Rot axe(1,1,-1)-(-1,-1,1), 60° x Refl plan (0,1,1)-(-1,0,-1)-(1,-1,0)	E O B H N S BNO HSE HNO BSE BSO HNE BNE HSO LL
LL	Rot axe(1,1,-1)-(-1,-1,1), 300° x Refl plan (0,1,1)-(-1,0,-1)-(1,-1,0)	H B N S O E NOB SEH SOB NEH NEB SOH NOH SEB KK
MM	Rot axe(1,-1,-1)-(-1,1,1), 60° x Refl plan (1,0,1)-(0,1,-1)-(-1,-1,0)	B H N S E O NEH SOB SEH NOB NOH SEB NEB SOH NN
NN	Rot axe(1,-1,-1)-(-1,1,1), 300° x Refl plan (1,0,1)-(0,1,-1)-(-1,-1,0)	E O H B S N HSO BNE BSO HNE HNO BSE HSE BNO MM

OO	Rot axe(1,-1,1)-(-1,1,-1), 60° x Refl plan (0,1,1)-(-1,-1,0)-(1,0,-1)	B H S N O E SOH NEB NOH SEB SEH NOB SOB NEH PP
PP	Rot axe(1,-1,1)-(-1,1,-1), 300° x Refl plan (0,1,1)-(-1,-1,0)-(1,0,-1)	O E B H S N BSE HNO HSE BNO BNE HSO BSO HNE OO
QQ	Rot axe(0,0,1)-(0,0,-1), 90° x Refl plan (1,1,0)-(-1,1,0)-(-1,-1,0)	S N H B O E HEN BOS BEN HOS HON BES HES BON RR
RR	Rot axe(0,0,1)-(0,0,-1), 270° x Refl plan (1,1,0)-(-1,1,0)-(-1,-1,0)	S N B H E O BON HES HON BES BEN HOS BOS HEN QQ
SS	Rot axe(1,0,0)-(-1,0,0), 90° x Refl plan (0,1,1)-(0,-1,-1)-(0,-1,-1)	H B O E S N OSB ENH ESB ONH ONB ESH OSH ENB TT
TT	Rot axe(1,0,0)-(-1,0,0), 270° x Refl plan (0,1,1)-(0,-1,-1)-(0,-1,-1)	B H O E N S ONH ESB ENH OSB OSH ENB ONB ESH SS
UU	Rot axe(0,1,0)-(0,-1,0), 90° x Refl plan (1,0,1)-(1,0,-1)-(-1,0,-1)	O E N S B H NBE SHO SBE NHO NHE SBO NBO SHE VV
VV	Rot axe(0,1,0)-(0,-1,0), 270° x Refl plan (1,0,1)-(1,0,-1)-(-1,0,-1)	E O S N B H SBO NHE NBO SHE SHO NBE SBE NHO UU

Annexe 2

Vocabulaire de référence

Annexe 2:

Vocabulaire de référence

Général:

Extrémités: sommets du carré de base: a, e, p et l; sommet du cube de base.

Limite: côtés du carré de base: ae, ep, pl et la; faces du cube de base.

Secteur: carré ou cube de base dans le cas d'une observation de plusieurs de ceux-ci, normalement situé par rapport à un point d'extrémité donné grâce aux termes usuels nord, sud, est, ouest, haut et bas.

Régions entières de densité: polygone ou polyèdre simple de même densité.

Courbature: la valeur inverse du rayon d'une courbe ou d'une surface dans n'importe quelle direction, à un point donné de celle-ci.

Densité: nombre de polygones ou de polyèdres superposés en un point donné.

Pente: direction d'un segment, direction de la perpendiculaire à un plan.

'Complexité': nombre de segments ou de plans composant un côté ou une face.

Monde bidimensionnel:

Carré de base: ensemble des formes contenues dans l'espace délimité par le polygone aelp.

Carré d'unité: carré d'une unité de longueur (il y en a 36!)

Segment: section de droite entre deux sommets nommés (lignes pleines, par exemple fo, ou jc).

Côté: ensemble de segments entourant une extrémité et formant un trajet continu (bk, fo, dhcj et gnim).

Pointe: chacun des changements de pente des lignes du polygone; les extrémités des segments.

Sommet: chacun des points de traverse d'un carré de base à celui qui lui est adjacent; les extrémités des côtés.

Polygone: ensemble des quatre côtés entourant un même point d'extrémité (par exemple fo dans le secteur nord-est, gnim dans le n-o, bk dans le s-o et dhcj dans le s-e).

Monde tridimensionnel:

Cube de base: ensemble des formes contenues dans l'espace délimité par le polyèdre
ABCDEFGH

Cube d'unité: cube d'une unité de longueur (il y en a 216!)

Plan: élément bidimensionnel du polyèdre délimité par des arêtes adjacentes entre elles (v. segment).

Face: ensemble de plans entourant une extrémité (v. côté)

Arête: chacun des frontières d'un plan (v. Pointe).

Fil: arête se trouvant insérée dans la limite du cube de base (v. Sommet).

Polyèdre: ensemble des huit faces entourant un même point d'extrémité (v. Polygone).

Bibliographie thématique

Contexte artistique de l'époque et biographie de l'artiste, le constructivisme

Albrecht, H.J. et Koella, R., *Hans Hinterreiter*, Buchs, Zürich, Waser, 1982.

De la Croix, H., Tansey, R.G., *Gardner's Art through the Ages*, New York, Harcourt Brace Jovanovich, 1986.

Guderian, D., *Mathematik in der Kunst der letzten drei(ig) Jahren*, Ebringen i. Br., Bannstein.

Nakov, A., *Abstrait/Concret*, Paris, Transédition, 1981.

Neumann, E., *The Non-objective world, 1914-1924*, Bromley, Kent, 1970.

Rotzler, W., *Constructive Concepts*, New York, Rizzoli, 1989.

Rickey, G., *Constructivism, Origins and Evolution*, New York, Braziller, 1995.

Seitz, W.C., *The Responsive Eye*, New York, The Museum of Modern Art, 1965.

Vallier, D., *Abstract Art*, New York, Orion Press, 1970.

Art concret suisse, mémoire et progrès, Dijon, Le coin du miroir, 1982.

McCrary Corporation, *Constructivism and the Geometric Tradition: selections from the McCrary Collection*, Buffalo, Albright-Knox Art Gallery, 1979.

Equipo 57, Madrid, Museo National Centro de Arte Reina Sofia, 1993.

L'art et les mathématiques

Emmer, M., «Artistic and Mathematical Creativity», in *World Futures*, 40, 1994.

Emmer, M., «Art and Visual Mathematics», in *Leonardo*, 27, 1994.

Emmer, M., *The Visual Mind: Art and Mathematics*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press

Emmer, M., «Visual Art and Mathematics: the Moebius Band», in *Leonardo*, 13, 1980.

Gerstner, K., *Die Formen der Farben*, Frankfurt, Athenäum, 1986.

Shubnikov, A.V., Koptsik, V.A., *Symmetry in Science and art*, Plenum Press, New York & London, 1974.

Ernst, B., *Le Miroir Magique de M.C.Escher*, Médéa, Fribourg, 1987.

Théorie de Pavage 2-D

Dye, D.S., *Chinese Lattice designs*, New York, Dover, 1974.

Escher, M.C., *Escher on Escher, Exploring the Infinite*, New York, Harry N. Abrams, 1989.

Grünbaum, B, Sheppard, G.C., *Tilings and Patterns*, New York, Freeman, 1987.

Hinterreiter, H., *Die Kunst der reinen Form*, Ibiza, Ediciones Ebusus, 1948.

Schattschneider, D., *M.C.Escher: Visions of Symmetry*, New York, Freeman, 1990.

Schattschneider, D., «Will it tile? Try the Conway Criterion.», in *Mathematical Magazine*, 53, 1980.

Ouvrages généraux de géométrie + 3-D

Alexandroff, P., *Elementary Concepts of Topology*, New York, Dover, 1961.

Blumenthal, L.M., *A Modern View of Geometry*, New York, Dover, 1961.

Coxeter, H.S.M., *Regular Complex Polytopes*, Cambridge, England, Cambridge University Press, 1991.

Cundy, H.M., Rollet, A.P., *Mathematical Models*, Oxford, at the Clarendon Press, 1961.

Hilbert, D., Cohn-Vossen, S., *Geometry and the Imagination*, New York, Chelsea, 1952.

Kasner, E., Newman, J., *Les Mathématiques et l'imagination*, Paris, Payot, 1950.

Klein, F., *Le Programme d'Erlangen*, Paris, Gauthier-Villards Éditeur, 1974.

Mendelson, B., *Introduction to Topology*, New York, Dover, 1990.

Nerlick, G., *The Shape of Space*, Cambridge, Cambridge University Press, 1976.

Quaisser, E., *Diskrete Geometrie*, Heidelberg, Spektrum Akademischer, 1994.

Rucker, R.v.B., *Geometry, Relativity and the fourth dimension*, New York, Dover, 1977.

Sawyer, W.W., *Prelude to Mathematics*, New York, Dover, 1982.

Schattschneider, D., «Extending the Conway Criterion», in *Shaping Space*, Boston, Birkhäuser, 1988.

Senechal, M., «Which Tetrahedra fill Space?», in *Mathematics Magazine*, 54, 1981.

Hooper, P., «Tensile tiles», in *Fabrics & Architecture*, September & October 1995.

Etc.

Albers, J., *Interaction of Color*, New haven, Yale University press, 1975.

Barratt, K., *Logic & Design, in art, science & mathematics*, New York, Lyons and Burford, 1980.

Ostwald, W., *Die Farbenfibel*, Leipzig, Unesma, 1916.

Source des illustrations

Figure	Page	Titre	Source
1	12	L'Opus 84 de Hans Hinterreiter	Hans Hinterreiter p.31
2	22	Monde Impossible de M.C.Escher	Le Miroir Magique de M.C.Escher p47
3	27	Exemples de tuiles d'après Conway	Will it tile? Try the Conway Criterion
4	28	Escher No. 67, Cavaliers, M.C. Escher, 1967, 213x214 mm	Visions of Symmetry p169
5	28	Escher No. 42, Coquillages et étoiles de mer, M.C. Escher, 1941, 244x239 mm	Visions of Symmetry p148
6	29	Escher No. 64, Feuillage, M.C. Escher, 1944, 276x205 mm	Visions of Symmetry p166
7	30	28 types de symétrie de Heesch	Visions of Symmetry p326
18	45	L'Opus 84 de Hans Hinterreiter	Hans Hinterreiter p31
19	46	Diagramme de l'Opus 84 de Hans Hinterreiter	Hans Hinterreiter p30

Remerciements

Il est important pour moi de pouvoir ici remercier tous ceux et celles qui ont contribué, à leur façon, au succès de mon travail.

Tout d'abord, je voudrais mentionner tous ceux qui, à l'intérieur de l'Université, m'ont aidé. Il s'agit bien sûr de mes deux directeurs de recherche, Claude Parisel et Janos Baracs, mais aussi de ceux qui, dans le laboratoire de recherche, m'ont dépanné. Je parle ici de Jean-François Rotgé, de Laurent Daniel et de Temy Tidafi.

Ensuite, je voudrais mentionner la Maison de l'Art Constructif et Concret (de Zürich), ainsi que la Galerie Schlegl, pour avoir permis ma découverte de Hans Hinterreiter. Je cite par la même occasion le peintre lui-même, ainsi que M.C.Escher et tous les autres mathématiciens-artistes qui ont contribué à la théorie du pavage et à la géométrie dans l'art.

Je remercie aussi mes parents et mon employeur actuel, Kay Palkhivala, pour m'avoir fourni la possibilité matérielle de poursuivre mes intérêts.

Finalement je voudrais remercier Wolfgang Müller et Marcel Monard, qui ont vu dans mes esquisses, un potentiel réel.